В. Г. Бурмистрова, М. Г. Москвичева (Ульяновск, УлГУ). **Оптимальное значение целевой функции в одной задаче о «разладке».**

В работе, представленной данным сообщением, рассмотрена модель, составленная двумя стохастическими процессами $\mathbf{X} = (X_t)_{t \geqslant 0}$ и $\mathbf{G} = (G_t)_{t \geqslant 0}$. Процесс $\mathbf{G} = (G_t)_{t \geqslant 0}$ представлен в виде

$$dG_t = \alpha\, I\,\{t \leqslant T\}\, dt + \beta\, I\,\{t > T\}\, dt, \tag{1}$$

где $\alpha \in (0,1)$, $\beta \in (0,1)$, T $(0 < T < \infty)$ — момент разладки $G_0 = 0$.

Процесс $\mathbf{X} = (X_t)_{t \geqslant 0}$ в модели задается стохастическим дифференциалом

$$dX_t = X_t\left(\left(G_t + \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma\, dW_t\right), \qquad X_0 > 0. \tag{2}$$

Решением (2) является $X_t = X_0\, \exp\{\sigma W_t + \int_0^t G_s\, ds\}$. Момент остановки в модели определяется как $\tau = \inf\{t\colon\ t > 0,\ X_t \geqslant \overline{X}\}$, где $\overline{X} > X_0$.

Интересным в модели представляется определить максимум целевой функции

$$\Phi(\beta, T) = \mathbf{E} \int_0^{\tau} G_s\, ds \to \max_{\beta, T}. \tag{3}$$

Теорема. *Пусть заданы процессы* (1), (2), *тогда решением задачи оптимизации с целевой функцией* (3) *является значение*

$$\Phi^*(\beta, T) = \ln(\overline{X}/X_0).$$

При выполнении условий теоремы получаем:

$$\ln\frac{\overline{X}}{X_0} = \frac{\beta T^2}{2} F_\tau(T) - T\,(\alpha+\beta)\int_0^T F_\tau(s)\, ds + \alpha T^2 + \beta - \beta\int_0^T \frac{s^2}{2}\, dF_\tau(s),$$

где $F_\tau(T)$ *известна.*

Автор выражает благодарность А. А. Бутову.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 08-01-97009, ФЦП «научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 № 02.740.11.0610.