М. В. Болдин (Москва, МГУ). **Об устойчивости знаковых тестов в $AR(p)$.**

Устанавливается качественная устойчивость непараметрических знаковых тестов в авторегрессии против выбросов. Это — существенный факт знакового анализа. Изложим его (ради краткости) для AR(1) модели

$$u_t = \beta u_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad t = 1, 2, \ldots, n, \quad u_0 = 0; \quad |\beta| < 1;$$

$\{\varepsilon_t\}$ — н.о.р.с.в. с неизвестной ф.р. $G(x)$, $G(0) = 1/2$, $\mathbf{E}\,\varepsilon_1 = 0$. Рассмотрим гипотезу $H_0 : \beta = \beta_0$ при альтернативе $H_1^+ : \beta > \beta_0$. При любом фиксированном $n > 1$ ЛНМ знаковый тест имеет статистикой $T_{n,S}$ из [1, § 6.2]. Критической областью возьмем $(T_{n,S} > t_{1-\alpha})$, $t_{1-\alpha}$ — квантиль $N(0,1)$. Тогда асимптотический уровень равен α.

Здесь рассмотрим ситуацию, когда наблюдения авторегрессии содержат выбросы и имеют вид $y_t = u_t + z_t^{\gamma_n}\xi_t$, $t = 0, 1, \ldots, n$; $\{z_t^{\gamma_n}\}$ — н. о. р. с. в. с распределением Бернулли и параметром $\gamma_n = \min\{n^{-1/2}\gamma, 1\}$, $\gamma \geqq 0$, γ неизвестно; выбросы $\{\xi_t\}$ — н.о.р.с.в. с неизвестным распределением μ; последовательности $\{u_t\}$, $\{z_t^{\gamma_n}\}$, $\{\xi_t\}$ независимы. Пусть статистика $T_{n,S}^y$ строится по $\{y_t\}$ так, как $T_{n,S}$ строится по $\{u_t\}$.

Пусть $m(\gamma, \mu) := (1 - \beta_0^2)^{1/2}\mathbf{E}\,[1 - 2G(-\xi)][1 - 2G(\beta_0\xi_1)]\gamma$.

Теорема 1. *Пусть верна* H_0. *Тогда* $T_{n,S}^y \to N(m(\gamma, \mu),\, 1)$ *по распределению при* $n \to \infty$ *равномерно по* μ *и* $0 \leqq \gamma \leqq \Gamma < \infty$.

Теорема 2. *Пусть верна* H_0. *Тогда для любого* $\delta > 0$ *существует такое* $\gamma_0 > 0$, *что* $\sup_{n>1} \sup_\mu |\mathbf{P}\{T_{n,S}^y > t_{1-\alpha}\} - \mathbf{P}\{T_{n,S} > t_{1-\alpha}\}| < \delta$ *при* $\gamma < \gamma_0$.

Теорема 2 означает качественную устойчивость уровня знакового теста против выбросов, а теорема 1 влечет за собой конечную чувствительность. Аналогичные результаты верны для локальных альтернатив и $AR(p)$, $p > 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Boldin M. V. et al.* Sign-Based Methods in Linear Statistical Models. Providence, RI: AMS, 1997.