

А. И. Задорожный, А. Т. Болокова, Н. С. Задорожная (Ростов-на-Дону, ЮФУ, РВИ РВ; Майкоп, АдГУ). **Метод регуляризации сингулярных возмущений, точки поворота и проблема концентрационного пика газовой примеси в металле.**

Задача об одномерной стационарной «восходящей» диффузии газа в металле с учетом эффекта концентрационного расширения и при условии массоизолированности концов образца сводится в безразмерных переменных к нелинейному уравнению для функции концентрации $c(x)$ [1], [2]

$$\varepsilon^2 \frac{dc}{dx} + \frac{m(x)}{1 + \beta(x)c} c = 0, \quad c(0) = 1, \quad x \in]0, 1[. \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon^2 = (k_B T_c E) / (3(1 - 2\nu) P \Sigma)$, $D_{eff} = \varepsilon^2 (1 + \beta(x)c)$ есть эффективный коэффициент диффузии, T_c — характерная температура, $\beta(x) = (4P(1 - 2\nu)\alpha_c) / (3k_B(1 - \nu)T(x))$, α_c — коэффициент линейного концентрационного расширения, k_B — постоянная Больцмана, P — компонент шарового упруго-дипольного тензора, ν — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга, Σ — характерная величина структурных (внешних) напряжений. Далее $m(x) = T^{-1}(x)(\alpha_t T'(x) - \sigma'(x))$ есть функция «мобильности», где α_t — безразмерный коэффициент линейного термического расширения, $\sigma(x)$ — первый инвариант тензора структурных упругих напряжений. По данным наблюдений $|\beta c| \leq 0,12$, что исключает возможность вырождения. Предположение $\varepsilon < 1$ физически отвечает доминированию дрейфового переноса I_{drift} над самодиффузионным потоком I_{diff} , а в математическом аспекте делает задачу сингулярно возмущенной [3].

Вопрос о внутреннем максимуме концентрации, положение которого оказывает существенное влияние на физико-механические свойства материала, рассматривался, как правило, в экспериментальном аспекте [4], [5]. Изложим математический вариант его трактовки. Положим, что существует такая $x_{tp} \in]0, 1[$, что $m(x_{tp}) = 0$, $m'(x) > 0$, кроме того, $m(x) < 0$, $x \in]0, x_{tp}[$ и $m(x) > 0$, $x \in]x_{tp}, 1[$. Сохраняя терминологию, принятую в линейном случае [6], назовем x_{tp} *простой точкой поворота* (turning point) дифференциального оператора в (1).

Применение с некоторой модификацией методики из [3] позволяет выписать главный член асимптотического разложения:

$$c_p(x) = \alpha_p \exp\{-\rho^2(x)/2\} - \beta(x)\alpha_p^2 \exp\{-\rho^2(x)\} + O(\varepsilon), \quad (2)$$

где $\alpha_p = 0,5\beta^{-1}(0) \exp\{\rho^2(0)/2\} [1 - \sqrt{1 - 4\beta(0)}]$,

$$\rho(x) = \begin{cases} \varepsilon^{-1} \sqrt{2} \left[\int_{x_{tp}}^x m(s) ds \right]^{q/2}, & \text{если } x \geq x_{tp}, \\ -\varepsilon^{-1} \sqrt{2} \left[- \int_x^{x_{tp}} m(s) ds \right]^{1/2}, & \text{если } x \leq x_{tp}, \end{cases}$$

$\rho(x)$ — регуляризирующая переменная.

Формула (2) с очевидностью показывает, что точка концентрационного максимума определяется как $x_{\max} = x_{tp} + O(\varepsilon)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алефельд Г., Барановский Б. и др. Водород в металлах. Т.2. М.: Мир, 1981, 430 с.
2. Любов Б. Я. Кинетическая теория фазовых превращений. М.: Металлургия, 1969, 264 с.

3. *Ломов С. А.* Введение в общую теорию сингулярных возмущений. М.: Наука, 1981, 400 с.
4. *Бэррер Р.* Диффузия в твердых телах. М.: ИЛ, 1948, 504 с.
5. *Шпеньков Г. П.* Физикохимия трения. Минск: Университетское, 1991, 397 с.
6. *Wasov W.* Linear Turning Point Theory. New York–Berlin–Heidelberg–Tokio: Springer-Verlag, 1985, 246 p.