Р. З. К а м а л я н, **С. Р. К а м а л я н** (Краснодар, ИМСИТ, КубГУ). **К проблеме бесконечности энергии в модели идеальной несжимаемой жидкости.**

Светлой памяти
Владимира Михайловича Кузнецова
посвящается

Для идеальной несжимаемой жидкости в условиях цилиндрической симметрии и отсутствия движения вдоль оси симметрии поле скоростей вследствие уравнения неразрывности $\partial v/\partial r - v/r = 0$ имеет вид

$$v = f(t)/r, \tag{1}$$

где r — расстояние от оси, $f(t)$ — функция времени.

Если попытаться рассмотреть радиальное расширение газового пузыря в жидкости, занимающей всю плоскость, то оказывается, что кинетическая энергия

$$E_k = \rho \int_a^{\infty} v^2 \pi r\, dr \tag{2}$$

(a — радиус пузыря, ρ — плотность жидкости) равна бесконечности. Это обстоятельство является причиной многочисленных затруднений, связанных с применением модели идеальной несжимаемой жидкости в различных прикладных задачах и, в частности, в задачах, связанных с исследованием взрыва бесконечно длинных (шнуровых) зарядов ВВ [1].

Известно, что теоретические решения для случая сферической симметрии дают хорошее совпадение с экспериментами [1]. Поэтому невозможность распространения результатов на случай цилиндрической симметрии многим экспериментаторам представляется парадоксальной.

Парадокс связан с особенностью модели идеальной несжимаемой жидкости, которая не учитывает реальные процессы, связанные с деформацией среды и диссипацией энергии заряда.

Пусть заряд цилиндрической симметрии длиной $2l_0$ имеет радиус r_0. Очевидно, что каждый элемент такого заряда можно рассматривать как точечный источник, потенциал которого при $r = r_0$ равен [1]:

$$\varphi = P/\rho, \tag{3}$$

где $P = \lim_{p\to\infty,\, \tau\to 0} \int_0^{\tau} p\, dt$ есть импульсное давление.

Пусть течение происходит в кольце $r_0 \leqslant r \leqslant R_0$, тогда (3) можно записать так:

$$\varphi = -\frac{P}{\rho}\frac{\ln(r/R_0)}{\ln(r_0/R_0)}. \tag{4}$$

Действительно, $\varphi = -P/\rho$ при $r = r_0$, а $\varphi = 0$ при $r = R_0$. Из (4) для скорости течения получаем

$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{P}{\rho}\frac{1}{\ln(r_0/R_0)}\frac{1}{r}. \tag{5}$$

С учетом (5) найдем кинетическую энергию по формуле (2), заменив в ней ∞ на R_0:

$$E = \pi\rho \int_{r_0}^{R_0} \frac{P^2}{\rho^2}\frac{1}{\ln^2(r_0/R_0)}\frac{1}{r^2} r\, dr = \frac{\pi P^2}{\rho}[\ln(R_0/r_0)]^{-1}. \tag{6}$$

Из (6) видно, что конечность энергии связана с отношением R_0/r_0. Если длина заряда $2l_0$ будет равна радиусу кольца R_0, то энергия станет конечной при условии конечности l_0/r_0. На практике длина заряда всегда конечна и даже при очень больших значениях $2l_0$ ограничение на длину заряда накладывается конечностью скорости детонации D.

Таким образом, парадокс бесконечности энергии с физической точки зрения разрешен. Можно пользоваться представлениями о потенциале плоского источника в смысле определения поля скоростей и других величин, не обращая внимания на формальную расходимость интеграла (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кузнецов В. М.* Математические модели взрывного дела. Новосибирск: Наука, 1972, 262 с.