

Ю. А. Самохин (Нижний Новгород, НГТУ). Об асимптотическом интегрировании одного дифференциального уравнения с колебательно убывающими коэффициентами и случайной частотой возмущения.

Рассматривается уравнение

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \left[\Omega^2 + \varepsilon \cos \omega t + \frac{\varepsilon}{t} \cos(\nu(t)t) \right] y = 0, \quad t \in [t_0, \infty), \quad (1)$$

где $0 < \varepsilon < 1$, частота $\omega = \text{const}$, а частота $\nu(t)$ — случайная функция, которая на каждом промежутке $[t_0 + kT, t_0 + (k+1)T]$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), $T > 0$, независимо принимает одно из конечного набора значений ν_i с вероятностью $p_s \geq 0$ ($s = 1, 2, \dots, N$, $\sum_{s=1}^N p_s = 1$) соответственно. Случай, когда $\nu(t)$ — неслучайная функция, изучен в [1].

Опираясь на исследования [2], [3], получаем следующий результат.

Теорема. Пусть

1) $\omega \neq 2\Omega$, а среди чисел ν_k , $k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, нет чисел с индексом k , при котором $\nu_k = 2\Omega$ или $\nu_k = 4\Omega$. Тогда уравнение (1) имеет лишь ограниченные решения.

2) $\omega \neq 2\Omega$, а среди чисел ν_k , $k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, есть такие числа с индексами k, s , что

$$\nu_k = 2\Omega, \quad \nu_{-k} = -\nu_k, \quad \nu_s = 4\Omega, \quad \nu_{-s} = -\nu_s. \quad (2)$$

Тогда уравнение (1) имеет неограниченно растущие решения с показателем роста $\varepsilon p_k (2\Omega)^{-1}$.

3) $\omega = 2\Omega$, а среди чисел ν_k , $k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, нет чисел с индексом k , при котором $\nu_k = 2\Omega$ или $\nu_k = 4\Omega$. Тогда уравнение (1) обладает решениями, асимптотическое поведение которых в среднем квадратическом описывается при $t \rightarrow \infty$ величиной $\exp\{\varepsilon(2\Omega)^{-1}t\}$.

4) $\omega = 2\Omega$, и среди чисел ν_k , $k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, есть такие числа с индексами k, s , что выполнены равенства (2). Тогда уравнение (1) имеет решение вида $y = c \exp\{\pm \alpha(t + p_k \ln t)\}$, где $\alpha = \varepsilon(2\Omega)^{-1}$, c — некоторая постоянная.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самохин Ю. А. Об асимптотическом интегрировании одной системы дифференциальных уравнений с полиномиально-периодическими коэффициентами. — Межвузовский сб.: Проблемы современной теории периодических движений. Ижевск, 1990, с. 14–20.
2. Фомин В. Н. Математическая теория параметрического резонанса в линейных распределенных системах. Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1972.
3. Макаров А. П., Самохин Ю. А., Фомин В. Н. Исследование устойчивости параметрически возмущенных линейных стохастических систем с убывающими коэффициентами. — Межвузовский сб.: Проблемы современной теории периодических движений. Ижевск, 1984, с. 17–22.