

Н. С. Демин, В. В. Толстобок (Томск, ТГУ). **Экзотические опционы купли с гарантированным доходом и с ограничением выплат на диффузионном рынке облигаций.**

Рассмотрение задачи ведется на стохастическом базисе $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, \mathcal{P})$ [1]. Пусть $B(t)$ и $P_t(T^1)$ — стоимости в момент t единицы банковского счета и облигации со сроком погашения $T^1 \geq T$ (T — дата предъявления опциона к исполнению), которые в случае прямого подхода определяются в виде [1]

$$B(t) = \exp \left\{ \int_0^t r(s) ds \right\}, \quad P_t(T^1) = \exp \left\{ - \int_t^{T^1} f_t(s) ds \right\}, \quad 0 < P_t(T^1) \leq 1,$$

где $r(t) = f_t(t)$ является краткосрочной процентной ставкой, а форвардная процентная ставка $f_t(T^1)$ описывается стохастическим дифференциальным уравнением

$$df_t(T^1) = \alpha_t(T^1) dt + \sigma_t(T^1) dw_t,$$

w_t — винеровский процесс. Считаем, что текущее значение капитала определяется в виде $X_t = \beta_t B(t) + \gamma_t P_t(T^1)$, $t \in [0, T]$, где (β_t, γ_t) — пара \mathcal{F}_t -измеримых процессов, составляющая портфель ценных бумаг инвестора. Цель управления портфелем — достижение равенства $X_T = f_T$, где f_T — платежная функция. Рассматриваются опционы купли Европейского типа, платежные функции которых имеют вид

$$f_T^{\max 1} = \max\{P_T(T^1) - K_1 B(T), K_2 B(T)\}, \quad (1)$$

$$f_T^{\max 2} = \max\{P_T(T^1) - K_1 B(T), K_2 B(T)\} I\{P_T(T^1) > K_1 B(T)\}, \quad (2)$$

$$f_T^{\min} = \min\{(P_T(T^1) - K_1 B(T))^+, K_2 B(T)\}, \quad (3)$$

где $a^+ = \max\{0, a\}$, $I\{S\}$ — индикатор события S . Аналогичные задачи для опциона продажи рассмотрены в [2].

Пусть $a_s(T^1) = - \int_s^{T^1} \sigma_s(u) du$, $A = \int_0^T a_s^2(T^1) ds$,

$$d_1 = \left[\ln \left[\frac{K_1}{P_0(T^1)} \right] + \frac{1}{2} A \right] A^{-1/2}, \quad d_2 = \left[\ln \left[\frac{K_1 - K_2}{P_0(T^1)} \right] + \frac{1}{2} A \right] A^{-1/2},$$

$$y_1 = \left[\ln \left[\frac{K_1}{P_0(T^1)} \right] - \frac{1}{2} A \right] A^{-1/2}, \quad y_2 = \left[\ln \left[\frac{K_1 - K_2}{P_0(T^1)} \right] - \frac{1}{2} A \right] A^{-1/2}.$$

Теорема. В случае опционов купли с платежными функциями (1)–(3) стоимости опционов определяются соответственно формулами

$$C_T^{\max 1} = P_0(T^1) \Phi(-y_2) - K_1 \Phi(-d_2) + K_2 \Phi(d_2),$$

$$C_T^{\max 2} = P_0(T^1) \Phi(-y_2) - K_1 \Phi(-d_2) + K_2 \Phi(d_2) - K_2 \Phi(d_1),$$

$$C_T^{\min} = P_0(T^1) [\Phi(y_2) - \Phi(y_1)] - K_1 [\Phi(d_2) - \Phi(d_1)] + K_2 \Phi(-d_2).$$

Кроме того, получены выражения для капиталов и портфелей (хеджирующих стратегий), а также исследованы свойства решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. М: Фазис, 1998.
2. Демин Н. С., Толстобок В. В. Экзотические опционы продажи на диффузионном рынке облигаций. — Известия РАН. Теория и системы управления, 2010, № 1, с. 163–172.