

**А. Н. Чупрунов, И. Фазекаш** (Казань, ИЭУП, Дебрецен, Дебреценский университет). **О вероятности отсутствия ошибки в сообщении при помехоустойчивом кодировании.**

Мы будем рассматривать код, который позволяет исправить не более  $r$  ошибок типа замещения. Доклад посвящен изучению асимптотического поведения случайной величины  $S_{nN}$  — числа блоков, не содержащих ошибки в сообщении, состоящем из  $N$  блоков, причем каждый блок кодируется нашим помехоустойчивым кодированием, а число ошибок в сообщении принадлежит некоторому подмножеству  $M_n$ ,  $n \in \mathbf{N}$ , множества неотрицательных целых чисел  $\mathbf{M}$ . Мы будем предполагать, что все рассматриваемые случайные величины определены на вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathfrak{A}, \mathbf{P})$ .

Рассмотрим сообщение, состоящее из  $N$  блоков. Пусть случайная величина  $\xi_{Nj}$  — количество ошибок в  $j$ -м блоке. Мы будем предполагать, что  $\xi_{Nj}$  ( $1 \leq j \leq N$ ) — независимые пуассоновские случайные величины с параметром  $\lambda$ . Тогда число блоков, не имеющих ошибки в сообщении, — случайная величина  $S_{nN} = \sum_{i=1}^N I_{nNi}$ , где  $I_{nNi}$  — индикатор события  $A_{nNi} = \{\xi_{Ni} \leq r | \xi_{N1} + \xi_{N2} + \dots + \xi_{NN} \in M_n\}$ , состоящего в том, что  $i$ -й блок сообщения имеет не более  $r$  ошибок. Если множество  $M_n = \{n\}$  состоит из одного элемента, то события  $A_{nNi}$  являются событиями теории размещения различных частиц по различным ячейкам и не зависят от  $\lambda$ , (см. о теории размещения монографию [1]). В [2] доказано следующее утверждение.

**Теорема 1.** Пусть  $M_n = \{n\}$ ,  $n, N \rightarrow \infty$  так, что  $\alpha_{nN} \rightarrow \alpha$ , где  $0 < \alpha < \infty$ . Тогда

$$\lim_{n, N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} S_{nN} = e^{-\alpha} \sum_{k=0}^r \frac{\alpha^k}{k!} \quad \text{почти наверное.}$$

Если множества  $M_n = \mathbf{M}$ , то индикаторы  $I_{nNi} = I_{\{\xi_{Ni} \leq r\}}$ ,  $1 \leq i \leq N$ , независимы. Поэтому справедливо утверждение.

**Теорема 2.** Пусть  $M_n = \mathbf{M}$ . Тогда

$$\lim_{n, N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} S_{nN} = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^r \frac{\lambda^k}{k!} \quad \text{почти наверное.}$$

**Теорема 3.** Пусть  $M_n = \{0, 1, \dots, n\}$ ,  $n \in \mathbf{N}$ ,  $n, N \rightarrow \infty$  так, что  $n/N \rightarrow \alpha$ , где  $0 < \alpha < \infty$ .

1. Пусть  $\alpha < \lambda$ . Тогда

$$\lim_{n, N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} S_{nN} = e^{-\alpha} \sum_{k=0}^r \frac{\alpha^k}{k!} \quad \text{по вероятности.}$$

2). Пусть  $\alpha > \lambda$ . Тогда

$$\lim_{n, N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} S_{nN} = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^r \frac{\lambda^k}{k!} \quad \text{почти наверное.}$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колчин В. Ф., Севастьянов Б. А., Чистяков В. П. Случайные размещения. М.: Физматгиз, 1976.
2. Chuprunov A. N., Fazekas I. Inequality and strong law of large numbers for random allocations. — Acta Math. Hungar., 2005, v. 109 (1–2), p. 163–182.