С. С. Мартынов (Москва, ТВП). **О возможности наблюдения за перемешиванием последовательности независимых случайных величин.**

Пусть $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_i\}_{i=1,\ldots,n}$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин (с. в.), принимающих значения из некоторого множества Θ, $\eta(t)$ — с. в., распределение которой зависит от параметра t ($t \in \Theta$).

Последовательность $\boldsymbol{\theta}$ перемешивается с использованием случайной подстановки S степени n, имеющей равновероятное распределение на симметрической группе подстановок степени n. Ранее в работе [1] рассмотрена задача построения процедуры получения информации о подстановке S, основанной на проведении анализа реализаций последовательностей независимых в совокупности с. в. $\boldsymbol{\eta}^{(1)} = \{(\eta_i^{(1)}(\theta_i)\}$, $\boldsymbol{\eta}^{(2)} = \{(\eta_i^{(2)}(\theta_{S(i)})\}$ (здесь распределение с. в. $\eta_i^{(k)}(t)$ совпадает с распределением с. в. $\eta(t)$ ($i = 1, \ldots, n$, $k = 1, 2$).

Пусть проводится n независимых испытаний в биномиальной схеме с вероятностью успеха $p = 1/2$. Обозначим ν с. в., равную числу успехов, $Y = \{i_1, \ldots, i_\nu\}$ — множество номеров испытаний, в которых получен успех, $\boldsymbol{\eta}^{(3)} = \{\eta_j^{(3)}\}_{j=1,\ldots,\nu}$ — последовательность с. в., имеющих вид $\eta_j^{(3)} = \eta_{i_j}^{(2)}(\theta_{S(i_j)})$, где $i_j \in Y$ (заметим, что последовательность $\boldsymbol{\eta}^{(3)}$ является подпоследовательностью последовательности $\boldsymbol{\eta}^{(2)}$). Рассмотрим S_Y — ограничение подстановки S на множество Y (S_Y может быть задано набором таких переходов (i,j) подстановки S, что $i \in Y$).

В докладе рассматривается задача получения информации о подстановке S с использованием реализаций последовательностей $\boldsymbol{\eta}^{(1)}$, $\boldsymbol{\eta}^{(3)}$. Предполагается, что свойства распределения с. в. $\eta(t)$ таковы, что существует некоторый статистический критерий $\mathbf{C}$, позволяющий попарно осуществлять сравнение реализаций элементов последовательностей $\boldsymbol{\eta}^{(1)}$, $\boldsymbol{\eta}^{(3)}$, причем для любой пары реализаций с. в. $\eta_i^{(1)}(\theta_i)$, $\eta_j^{(3)}(\theta_{S(i_j)})$ ($i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, \nu$) критерий $\mathbf{C}$ позволяет проводить проверку гипотезы H_0: «$\theta_i = \theta_{S(i_j)}$» против альтернативы H_1: «$\theta_i, \theta_{S(i_j)}$ — независимые с. в.»; при этом вероятность ошибочного принятия критерием $\mathbf{C}$ гипотезы H_0 при справедливости гипотезы H_1 равна α, вероятность ошибочного принятия гипотезы H_1 при справедливости гипотезы H_0 равна β (см. также [1]).

Используя матрицу $\mathbf{G} = (g_{ij})_{(i=1,\ldots,n,\, j=1,\ldots,\nu)}$, в которой $g_{ij} = 1$, если для пары реализаций с. в. $\eta_i^{(1)}(\theta_i), \theta_{S(i_j)}$ принимается гипотеза H_0, или, соответственно, $g_{ij} = 0$ — если принимается гипотеза H_1, строятся варианты ограничения S_Y подстановки S на множество Y. Число вариантов ограничения S_Y подстановки S на множество Y, получаемых в рамках рассматриваемой модели, есть некоторая с. в. ξ, для которой справедливо следующее утверждение.

Утверждение.

$$\mathbf{E}\,\xi \geqslant \frac{1}{3}\left(\frac{\beta}{2}\right)^n \sum_{q=0}^{n} \binom{n}{q} \left(\frac{1-\alpha}{\beta}\right)^n L_{n-q}^{(0)}\left(-\frac{1}{\beta}\right) - \frac{n}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n (\beta+1)(1-\alpha)^{n-1},$$

где

$$L_s^{(0)}(x) = s! \sum_{j=0}^{s} \frac{(-1)^j}{j!} \binom{s}{s-j} x^j$$

есть многочлен Лагерра степени s и порядка 0 (*см., например*, [2]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мартынов С. С.* Об одной процедуре наблюдения за перемешиванием последовательности независимых случайных величин. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 4, с. 711–712.
2. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М., 1973.