В. И. А с т а ф ь е в, **П. В. Р о т е р с** (Самара, СамГУ). **О продуктивности двоякопериодических систем добывающих скважин.**

Система скважин моделируется плоской бесконечной двоякопериодической решеткой точечных стоков одинаковой мощности. В работе рассматривается зависимость продуктивности такой системы от формы решетки.

В настоящее время для оценки продуктивности системы скважин используются так называемый shape factor (коэффициент формы). Он позволяет определить среднее давление в области питания скважины в зависимости от формы его контура питания. В работе [1] величина коэффициента формы была вычислена для ряда решеток (прямоугольная, равнобедренно-треугольная, ромбическая) и сравнена с коэффициентом формы для идеального кругового контура.

В данной работе найдена аналитическая зависимость коэффициента формы от типа решетки, что позволяет рассчитать shape factor для любой формы контура питания. Аналогично работам из области вихревой динамики [2, 3] для двоякопериодических систем скважин была построена математическая модель с привлечением эллиптических функций Вейерштрасса. Данная модель задает комплексный потенциал, являющийся двоякопериодической функцией, в виде:

$$\varphi(z,\overline{z}) = \ln\sigma(z) + \frac{\alpha z^2}{2} - \frac{\pi}{\Delta} z\overline{z}, \qquad (1)$$

где $\sigma(z)$ — сигма-функция Вейерштрасса, $\alpha = \frac{\pi}{2} - 2\eta_1$, $\eta_1 = \zeta(\omega_1/2)$ — квазипериод дзета-функции Вейерштрасса, Δ — площадь ячейки для выбранного типа решетки.

Вещественная часть данного потенциала определяет поле давления, а его производная — поле скоростей. Данная математическая модель позволила вычислить распределения поля давления и поля скоростей в решетках произвольных конфигураций и определить контуры питания скважин, расположенных в узлах решетки.

В итоге для коэффициента продуктивности скважины $PI = 1/\mathrm{Re}\,\varphi(z,\overline{z})$ было найдено явное выражение:

$$PI = 2/\ln\left[\frac{4\Delta}{\gamma C_A r_w^2}\right], \qquad (2)$$

где $\gamma = 1,781$, r_w — радиус скважины, C_A — коэффициент формы решетки.

Для коэффициента формы в решетках произвольной конфигурации было найдено следующее выражение:

$$C_A = \frac{16KK_1(2kk_1)^{2/3}}{\gamma}. \qquad (3)$$

Здесь K — полный эллиптический интеграл первого рода, а k — его модуль, $k_1 = \sqrt{1-k^2}$, $K_1 = K(k)$. Для комплексных значений k, величины k, k_1, K и K_1 удобно вычислять с помощью тэта-функций Якоби [4], для вещественных — эти зависимости протабулированны.

Значения коэффициента C_A полностью совпали со значениями, вычисленными Дитцом и другими авторами путем численного суммирования бесконечных условно-сходящихся рядов для некоторых типов решеток.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dietz D. N.* Determination of Average Recervoir Pressure From Build-Up Surveys. Rejswijk, The Nitherlands: SPE, 1965. p. 955–959.
2. *О'Нейл К. А.* О гамильтовой динамике вихревых решеток. — Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, с. 336–353.
3. *Ткаченко В. К.* О вихревых решетках. — ЖЭТФ, 1965, т. 49, с. 1875–1883.
4. *Уиттекер Э. Т.*, *Ватсон Дж. Н.* Курс современного анализа. Часть 2. М.: Физматлит, 1963, 516 с.; т. 49, с. 1875–1883.