

И. В. З а й ц е в а, Л. Л. Г у с е в а (Ставрополь, СГУ). **Проблема устойчивости линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.**

Устойчивость линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами проверяется по корням характеристического уравнения. Более общим методом исследования устойчивости, пригодным как для линейных, так и для нелинейных систем является второй метод Ляпунова, основанный на построении функции Ляпунова [1]. Если доказано существование функции Ляпунова, то вопрос об устойчивости решен. Только для линейных систем доказано, что если характеристический полином системы гурвицев, то функция Ляпунова обязательно существует в виде квадратичной формы переменных. Поскольку как статистические ошибки, так и вариации параметров обсуждаемых систем, их малый дрейф неизбежны, то систему устойчивую, но теряющую устойчивость при малых вариациях параметров, по-настоящему устойчивой считать нельзя. Таким образом, существование функции Ляпунова не гарантирует сохранения устойчивости модели рынка труда при малых вариациях его параметров.

Затронутая проблема имеет место и в технических системах, где анализируется работа каких-либо регуляторов (например, в электроэнергетике [2]), а также в экономике, где примером может служить динамическая межотраслевая модель [2], [3]. Когда речь идет о их «острой» настройке, то это означает потерю устойчивости даже при значительном ее запасе при вариации параметров управляемой системы или коэффициентов усиления регуляторов.

Таким образом устанавливается, что ни «хорошие» корни характеристического полинома, ни существование функции Ляпунова не гарантируют от потери устойчивости при сколь угодно малых вариациях параметров. Никакое исследование матрицы коэффициентов системы не может дать надежного ответа на вопрос о сохранении устойчивости. Например, в работе [4] отмечается, что «существуют системы с одним и тем же характеристическим полиномом, одной и той же матрицей коэффициентов при записи в форме Коши, с одной и той же функцией Ляпунова, но различающиеся по свойству сохранения устойчивости при вариациях параметров». Сказанное не противоречит теории и теоремам Ляпунова, однако ограничивает практическое применение первого и второго методов Ляпунова.

Очевидно для того, чтобы теория устойчивости давала правильные ответы на практически важные вопросы о ее сохранении, необходимы некоторые дополнительные исследования и расчеты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект 08-02-00245а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения. Собр. сочинений АН СССР, 2, 1956.
2. *Торопцев Е. Л.* Моделирование процессов экономической динамики макросистем. СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2001.
3. *Торопцев Е. Л., Гурнович Т. Г.* Численный анализ балансовых моделей и управление устойчивостью макроэкономических систем. М.: Финансы и статистика, 2002.
4. *Петров Ю. П.* Новые главы теории управления и компьютерных вычислений. СПб.: БХВ-Петербург, 2004.