П. А. Вельмисов, Н. А. Дегтярева, Е. П. Семенова (Ульяновск, УлГТУ). **Об одном классе нелинейных задач аэрогидроупругости.**

При проектировании конструкций, систем, приборов, устройств, деформируемые элементы которых находятся во взаимодействии с газожидкостной средой, необходимо решать задачи, связанные с исследованием устойчивости этих элементов, требуемой для их функционирования и надежности эксплуатации. С одной стороны, воздействие потока может приводить к увеличению амплитуд или частот колебаний элементов до критических значений, при которых нарушаются их необходимые функциональные свойства, в том числе может происходить разрушение. С другой стороны, для функционирования некоторых технических устройств явление возбуждения колебаний при аэрогидродинамическом воздействии, указанное выше в качестве негативного, является необходимым. Примерами подобных устройств, относящихся к вибрационной технике, используемых для интенсификации технологических процессов, являются устройства для приготовления однородных смесей и эмульсий и подачи смазочно-охлаждающей жидкости в зону обработки.

В работе, представленной данным сообщением, рассматриваются три типа задач, связанных с исследованием указанной проблемы: а) задачи о динамической устойчивости упругих элементов смесительных устройств (каналов с протекающим в них дозвуковым потоком); б) задачи о динамике упругих элементов датчиков давления; в) задачи о динамической устойчивости упругих элементов летательных аппаратов: элерона, руля высоты и руля направления с учетом обтекания соответствующих составных частей конструкции (крыла, стабилизатора, киля) дозвуковым потоком идеальной жидкости (газа).

Определение устойчивости упругого тела соответствует концепции устойчивости динамических систем по Ляпунову. Для отыскания аэрогидродинамической нагрузки используются линейные асимптотические уравнения и методы теории функций комплексного переменного. В результате решения аэрогидродинамической части задачи силовое воздействие газа или жидкости на элементы определяется через функции деформаций этих элементов. Поведение упругого тела описывается нелинейной моделью. Исследование устойчивости основано на построении функционалов, соответствующих полученным в работе системам нелинейных интегро-дифференциальных уравнений с частными производными для функций деформаций элементов. Получены условия устойчивости, налагающие ограничения на скорость набегающего потока, изгибные жесткости элементов и другие параметры механической системы. Исследование динамики упругих элементов основано на применении метода Галеркина.

Приведем в качестве примера постановку плоской задачи аэрогидроупругости о малых колебаниях, возникающих при бесциркуляционном обтекании тонкостенной конструкции — крыла с упругим закрылком (элероном). Исследование задач обтекания стабилизатора с рулем высоты и киля с рулем направления проводится аналогично.

Пусть на плоскости xOy, в которой происходят совместные колебания упругого закрылка, крылу соответствует на оси Ox отрезок $[a, b]$, а закрылку — отрезок $[b, c]$. В бесконечно удаленной точке скорость газа равна V и имеет направление, совпадающее с направлением оси Ox. Предполагается, что прогиб упругого закрылка и возмущение однородного потока малы.

Введем обозначения: $w(x, t)$ и $u(x, t)$ — упругие перемещения закрылка в направлении осей Oy и Ox соответственно; $\varphi(x, y, t)$ — потенциал скорости возмущенного потока газа.

Предлагаемая математическая модель определяется следующими уравнениями и граничными условиями: потенциал скорости φ удовлетворяет уравнению Лапласа

$\Delta\varphi = \varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0$, $(x, y) \in G = \mathbf{R}^2 \setminus [a, c]$, линеаризованным граничным условиям

$$\varphi_y^{\pm}(x, 0, t) = \lim_{y \to \pm 0} \varphi_y(x, y, t) = V f'_{\pm}(x), \qquad x \in (a, b),$$

$$\varphi_y^{\pm}(x, 0, t) = w_t(x, t) + V w_x(x, t), \qquad x \in (b, c),$$

условию отсутствия возмущений в бесконечно удаленной точке

$$|\nabla\varphi|^2_\infty = (\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_t^2)_\infty = 0.$$

Уравнения малых колебаний упругого закрылка имеют вид

$$-EF\left(u_x(x, t) + \frac{1}{2} w_x^2(x, t)\right)_x + M u_{tt}(x, t) = 0,$$

$$\begin{aligned} &- EF\left[w_x(x, t)(u_x(x, t) + \frac{1}{2} w_x^2(x, t))\right]_x + EJ w_{xxxx}(x, t) + M w_{tt}(x, t) \\ &\quad + N(t) w_{xx}(x, t) + \beta_0 w(x, t - \tau) + \beta_1 w_t(x, t) + \beta_2 w_{xxxxt}(x, t) \\ &\quad = \rho(\varphi_t^+(x, 0, t) - \varphi_t^-(x, 0, t)) + \rho V(\varphi_t^+(x, 0, t) - \varphi_t^-(x, 0, t)), \qquad x \in (b, c). \end{aligned}$$

Индексы x, y, t снизу обозначают частные производные по соответствующим переменным, ρ — плотность газа, E, F, EJ, M — модуль упругости, площадь поперечного сечения, изгибная жесткость и погонная масса закрылка, β_2, β_1 — коэффициенты внутреннего и внешнего демпфирования, β_0 — коэффициент жесткости основания, $N(t)$ — продольное усилие, τ — время запаздывания реакции, $f_{\pm}(x)$ – функции, определяющие форму верхней ($^+$) и нижней ($^-$) недеформируемых частей профиля.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (2009–2013 г.г.), ГК № П1122, № П1183.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Анкилов А. В., Вельмисов П. А., Горбоконенко В. Д., Покладова Ю. В.* Математическое моделирование механической системы «трубопровод–датчик давления». Ульяновск: УлГТУ, 2008, 188 с.
2. *Анкилов А. В., Вельмисов П. А.* Математическое моелирование динамики и устойчивости упругих элементов крыла. — Вестник Саратовского государственного технического университета, 2009, № 1 (37), с. 7–16.
3. *Анкилов А. В., Вельмисов П. А., Семенова Е. П.* Исследование динамической устойчивости упругих элементов стенок канала. — Вестник Саратовского государственного технического университета, 2009, № 2 (38), в. 1, с. 7–17.