

Г. М. Б е з д у д н ы й, Е. В. С о л о н е в и ч (Ростов-на-Дону, ЮФУ).
Об изоморфизме пространств функций голоморфных в декартовом произведении конечносвязных плоских областей.

Пусть сначала D_j — плоские односвязные области на сфере Римана, отличные от сферы Римана ($j = 1, 2, \dots, n, n \geq 2$), $D = D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$, $A(D)$ — пространство функций, голоморфных в области D с топологией равномерной сходимости на любом компакте в D . Если граница D_j содержит более одной точки, то D_j отображается конформно на единичный круг. Если граница D_j состоит из одной точки, то D_j конформно отображается на плоскость. Таким образом, D биголоморфно отображается на $E(n)$ — единичный поликруг в n -мерном пространстве, либо на C^n — n -мерное комплексное пространство, либо на $E(k) \times C^{n-k}$, $k = 1, 2, \dots, n-1$, где $E(k)$ — единичный поликруг в k -мерном комплексном пространстве. При этом $A(D)$ изоморфно либо $A(E(n))$, либо $A(C^n)$, либо $A(E(k) \times C^{n-k})$. В работе [1] получен следующий результат.

Лемма 1. *Пространство $A(E(k) \times C^{n-k})$ функций, голоморфных в декартовом произведении $E(k) \times C^{n-k}$, изоморфно пространству $A(E(1) \times C^{n-1})$ для любого $k = 1, 2, \dots, n-1$, и пространства $A(E(n))$, $A(C^n)$, $A(E(1) \times C^{n-1})$ попарно неизоморфны.*

По этой лемме наши пространства $A(D)$ разбиваются на три класса попарно неизоморфных пространств.

Пусть теперь D_j — k_j -связная плоская область на сфере Римана, $k_j < \infty$ и хотя бы при одном j : $k_j > 1$ ($j = 1, 2, \dots, n, n \geq 2$), $D = D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$, $A(D)$ — пространство функций, голоморфных в D с топологией равномерной сходимости на любом компакте в D . Границы области D_j обозначим $\gamma_j(i)$, $i = 1, 2, \dots, k_j$. Ориентация на кривой $\gamma_j(i)$ такова, чтобы при обходе по ней область D_j оставалась слева. Обозначим $D_j(\gamma_j(i))$ ту односвязную область на сфере Римана, которая остается слева при обходе кривой $\gamma_j(i)$ по заданной выше ориентации. Если $\gamma_j(i)$ состоит из одной точки, то ориентации нет и $D_j(\gamma_j(i))$ — это вся сфера Римана с выколотой точкой $\gamma_j(i)$. Обозначим $D_{i_1, i_2, \dots, i_n} = D_1(\gamma_1(i_1)) \times D_2(\gamma_2(i_2)) \times \dots \times D_n(\gamma_n(i_n))$ — декартово произведение плоских односвязных областей. Обозначим $A(D_{i_1, i_2, \dots, i_n})$ пространство функций, голоморфных в области D_{i_1, i_2, \dots, i_n} с топологией равномерной сходимости на любом компакте, содержащемся в этой области. Очевидно, $D = \bigcap D_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ по всем $1 \leq i_j \leq k_j$, $j = 1, 2, \dots, n$. Показывается, что $A(D) = \sum A(D_{i_1, i_2, \dots, i_n})$ по всем $1 \leq i_j \leq k_j$, $j = 1, 2, \dots, n$.

Пусть G — полная n -круговая область с центром в начале координат в пространстве C^n , $A(G)$ — пространство функций, голоморфных в G с топологией равномерной сходимости на любом компакте, содержащемся в G .

Лемма 2. *Топологическая сумма $A(G) + A(G)$ изоморфна $A(G)$.*

Пользуясь леммой 2 и представлением $A(D)$ как топологической суммой конечного числа пространств, получаем, что $A(D)$ изоморфно одному из семи следующих пространств: 1) $A(E(n))$; 2) $A(C^n)$; 3) $A(E(1) \times C^{n-1})$; 4) топологическая сумма $A(E(n)) + A(C^n)$; 5) $A(E(n)) + A(E(1) \times C^{n-1})$; 6) $A(C^n) + A(E(1) \times C^{n-1})$; 7) $A(E(n)) + A(C^n) + A(E(1) \times C^{n-1})$.

Таким образом, число неизоморфных классов пространства $A(D)$ не более семи, и не менее трех.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zahariuta V. P.* Linear topologic invariants and their applications to isomorphic classification of generalized power spaces. — Turkish J. Math., 1996, v. 20, № 2, p. 237–289.