

**В. Н. Колодежнов, С. С. Капранчиков** (Воронеж, ВГТА).  
**Методика определения реологических констант одной модели вязкости жидкости смешенного типа.**

Для жидкостей смешенного типа, при течении которых касательные напряжения  $\tau$  зависят от скорости сдвига  $\dot{\gamma}$  следующим образом:

$$\tau(\dot{\gamma}) = \mu(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} = \begin{cases} \mu_1 \dot{\gamma}, & 0 < -\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0, \\ \mu_1 (|\dot{\gamma}|/\dot{\gamma}_0 + \dot{\gamma}_0/|\dot{\gamma}|) \dot{\gamma}/2, & -\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0, \end{cases} \quad \dot{\gamma}_0 > 0, \quad (1)$$

существует проблема определения значений ньютоновской динамической вязкости  $\mu_1$  и порогового значения скорости сдвига  $\dot{\gamma}_0$  на основе экспериментальных данных.

Рассмотрим подход к определению реологических констант  $\dot{\gamma}_0, \mu_1$ . Допустим, что экспериментальные данные зависимости касательного напряжения  $\tau_{\text{exp}}$  от скорости сдвига  $\dot{\gamma}$  для данной жидкости достаточно хорошо описываются функцией вида

$$\tau_{\text{exp}} = -b_2 \dot{\gamma}^2 - b_0, \quad \dot{\gamma} < 0, \quad \tau_{\text{exp}} < 0, \quad (2)$$

где  $b_0, b_2$  — эмпирические константы.

Заметим, что функция  $\tau(\dot{\gamma})$  при  $|\dot{\gamma}| > \dot{\gamma}_0$  также является параболической:

$$\tau(\dot{\gamma}) = -\mu_1 \dot{\gamma}^2 \dot{\gamma}_0/2 - \mu_1 \dot{\gamma}_0/2. \quad (3)$$

Сравнивая выражения (2) и (3), получаем следующие соотношения для определения искомых реологических констант:

$$\mu_1 = 2\sqrt{b_0 b_2}, \quad \dot{\gamma}_0 = \sqrt{b_0/b_2}, \quad b_0 b_2 > 0. \quad (4)$$

Определение коэффициентов  $b_0, b_2$  зависимости (2), описывающей набор экспериментальных данных, можно проводить из условия минимума следующей функции невязки:

$$F(b_2, b_0) = \sum_{i=1}^{N_{\text{max}}} [(-b_2 \dot{\gamma}_i^2 - b_0) + \tau_i]^2, \quad (5)$$

где  $N_{\text{max}}$  — число точек в полном массиве экспериментальных данных,  $\dot{\gamma}_i < 0$ ,  $\tau_i < 0$  — экспериментальные значения скорости сдвига и соответствующие им значения касательного напряжения,  $k$  — номер точки в полном массиве, с которой начинается отсчет экспериментальных данных, задействованных в обработке.

Однако определение  $\dot{\gamma}_0$  и  $\mu_1$  по изложенной выше методике имеет следующую особенность, которая заключается в том, что априори неизвестно, какая часть экспериментальных точек соответствует нелинейному участку кривой течения по модели (1) и должна быть принята во внимание при реализации соотношений (2)–(5).

В этой связи предлагается следующий алгоритм нахождения  $\dot{\gamma}_i$  и  $\mu_1$ . Из имеющегося полного массива  $N_{\text{max}}$  экспериментальных данных выбираем  $(N_{\text{max}} - k + 1)$  пар значений  $(\dot{\gamma}_i, \tau_i)$  для  $k \leq i \leq N_{\text{max}} - 2$  и определяем соответствующие им  $b_{0,k}$  и  $b_{2,k}$ . По этим значениям с учетом (4) определяется массив реологических параметров  $\dot{\gamma}_{0,k}$  и  $\mu_{1,k}$  модели вязкости. Для каждого  $\dot{\gamma}_{0,k}$  отыскиваем среди всех экспериментальных данных ближайшее снизу к нему значение  $\dot{\gamma}_{m_K}$ . Вычисляем массив значений средних относительных погрешностей  $\delta_k$  отклонения значений напряжений, рассчитанных по (1), от экспериментальных данных

$$\delta_k = \left[ \sum_{i=k}^{m_K} \left| 1 - \frac{\mu_{1,k} \dot{\gamma}_i}{\tau_i} \right| + \sum_{i=m_K+1}^{N_{\text{max}}} \left| 1 - \frac{\mu_{1,k}}{2\tau_i} \left( \frac{\dot{\gamma}_i^2}{\dot{\gamma}_{0,k}} + \dot{\gamma}_{0,k} \right) \right| \right] \frac{100\%}{N_{\text{max}}}.$$

Из всего набора  $\delta_k$  находим минимальное значение  $\delta_j$  и окончательно принимаем  $\dot{\gamma}_0 = \dot{\gamma}_{0,j}$ ,  $\mu_1 = \mu_{1,j}$ .