В. Н. Колодежнов (Воронеж, ВГТА). **Течение в плоском канале дилатантной жидкости с эффектом «отвердевания».**

Рассмотрим следующую реологическую модель неньютоновской жидкости:

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\mu(I_2)\varepsilon_{ij}, \quad \mu(I_2) = \frac{\tau_{crit}}{2\sqrt{-I_2}}\left\{1 - \left(1 - \sqrt{-\frac{I_2}{I_{2,crit}}}\right)^{1/n}\right\}, \qquad (1)$$

$n > 1$, $-I_2 \leqslant I_{2,crit}$, где τ_{ij}, ε_{ij} — компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций соответственно, P — давление, δ_{ij} — символ Кронекера, $\mu(I_2)$ — функция второго инварианта I_2 тензора скоростей деформаций, τ_{crit}, $I_{2,crit}$, n — эмпирические константы реологической модели.

Как это следует из (1), по мере увеличения модуля второго инварианта функция $\mu(I_2)$ монотонно возрастает. Иначе говоря, жидкость, подчиняющаяся такому реологическому уравнению, демонстрирует дилатантные свойства. При этом в рамках этой реологической модели (1) предполагается, что второй инвариант тензора скоростей деформаций не может по модулю превышать некоторого критического значения $I_{2,crit}$.

На примере, в частности, одномерного течения в плоском канале ширины $2h$ можно продемонстрировать еще одно свойство такой жидкости. Вводя систему координат традиционным образом, получаем

$$\tau_{xy} = -\tau_{crit}\left\{1 - \left(1 + \frac{\dot\gamma}{2\sqrt{I_{2,crit}}}\right)^{1/n}\right\}, \quad \dot\gamma = \frac{du}{dy}, \qquad (2)$$

где $\dot\gamma$ — скорость сдвига, u — скорость жидкости, представляющая собой функцию поперечной координаты y.

Из (2) непосредственно следует, что крутизна кривой течения $|\tau_{xy}| = f(|\dot\gamma|)$ неограниченно возрастает при $\dot\gamma \to -2\sqrt{I_{2,crit}}$. Само же значение касательного напряжения остается при этом конечным и стремится к значению $(-\tau_{crit})$. Такое неограниченное возрастание крутизны кривой течения, характеризующее вязкость жидкости, можно интерпретировать как проявление эффекта «отвердевания».

Было показано, что, если перепад давления ΔP на длине канала L удовлетворяет условию $\Delta P > \Delta P_{crit} = \tau_{crit}L/h$, то на его стенках формируются слои «отвердевшей» жидкости и собственно течение происходит лишь в центральной части канала ширины $2h_s < 2h$. Значение половины ширины свободного для течения жидкости «просвета» в поперечном сечении канала определяется из выражения $h_s = \tau_{crit}L/\Delta P$.

Что же касается распределения скорости в поперечном сечении и объемного расхода Q жидкости через канал, то они определяется из выражений

$$u(y) = \begin{cases} 2\sqrt{I_{2,crit}}\left[(h_s - |y|) - \dfrac{h_s}{n+1}\left(1 - \dfrac{|y|}{h_2}\right)^{n+1}\right], & |y| < h_s, \\ 0, & h_s < |y| < h, \end{cases}$$

$$Q = \frac{2n(n+3)\tau_{crit}^2 L^2\sqrt{I_{2,crit}}}{(n+1)(n+2)\Delta P^2}, \quad \Delta P > \Delta P_{crit}.$$

Из последних равенств, в частности, следует эффект «запирания» канала по мере увеличения давления, обусловленный нарастанием толщины слоев «отвердевшей» жидкости.