

С. Е. Куршина (Самара, СГАУ). **Уравнения Гинзбурга–Ландау и дисперсионное соотношение для системы фитопланктон–зоопланктон–рыба с флуктуирующими параметрами.**

Возникновение и эволюция пространственных и пространственно-временных структур в экологических системах вызывают в настоящее время все возрастающий интерес. В работе, представленной данным сообщением, исследуется влияние внешней флуктуирующей среды на эволюцию пространственных диссипативных структур (ДС) взаимодействующих популяций в модели Шеффера [1], описывающей динамику системы хищник–жертва для популяций фитопланктона и зоопланктона.

Введем безразмерные время $\tau = rt$ и координаты $\vec{x}' = \vec{x}\sqrt{r/d_1}$ и представим параметры m/r и a/r , зависящие от коэффициентов естественного прироста фитопланктона r , естественной смертности зоопланктона m и трофического коэффициента a , в виде $m/r = (m_0/r_0)(1 + f_1(\vec{x}', t))$, $a/r = (a_0/r_0)(1 + f_2(\vec{x}', t))$, где m_0, r_0, a_0 — пространственно-временные средние соответствующих коэффициентов, перепишем уравнения модели [1] следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1}{\partial \tau} &= x_1(1 - x_1) - \frac{a_0}{r_0}(1 + f_2(\vec{x}', \tau))\frac{x_1 x_2}{1 + b x_1} + \nabla'^2 x_1, \\ \frac{\partial x_2}{\partial \tau} &= \frac{a_0}{r_0}(1 + f_2(\vec{x}', \tau))\frac{x_1 x_2}{(1 + b x_1)} - \frac{m_0}{r_0}(1 + f_1(\vec{x}', \tau))x_2 - \frac{g^2 x_2^2}{r_0(1 + h^2 x_2^2)}f + \frac{d_2}{d_1}\nabla'^2 x_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь случайные однородные изотропные поля $f_i(\vec{x}', \tau)$ определяют пространственно-временные гауссовы флуктуации этих параметров. Параметры r, a, b, m, g, h, f, d_1 и d_2 подробно описаны в [1]–[2].

Пусть поля $f_i(\vec{x}', \tau)$ имеют корреляционный тензор $\langle f_i(\vec{x}', t')f_j(\vec{x}'', \tau) \rangle = \theta_i \exp\{-k_{f_i}|\vec{x}' - \vec{x}''|\}\delta(t' - \tau)\delta_{ij}$ ($i, j = 1, 2$) и нулевые средние значения.

Используя метод, приведенный в [2], получены уравнения Гинзбурга–Ландау для амплитуд неустойчивых мод и дисперсионное соотношение для системы (1) в приближении малости интенсивностей флуктуаций θ_j . Подробный вывод уравнений представлен на сайте <http://sites.google.com/site/morfogenez/>.

Результаты численных расчетов дисперсионного соотношения показывают, что при наличии флуктуаций в закритической области происходит увеличение области неустойчивости системы (1) и возрастание инкрементов неустойчивых мод, что приводит к уменьшению времени разрушения однородного состояния и образования ДС. Кроме того, в докритической области возникают неустойчивые моды, т. е. шум смещает точку бифуркации Тьюринга системы (1) и индуцирует параметрическую неустойчивость.

Численное моделирование эволюции системы (1) показало, что, как и при жестком возбуждении структур в докритической области, связанном с некоторым начальным возбуждением критической амплитуды, возникающая при параметрической неустойчивости ДС имеет солитоноподобный вид. Но физическая природа его происхождения иная. Таким образом, численное моделирование эволюции системы (1) качественно подтверждает сделанные выше теоретические выводы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Malchow H.* Motional instabilities in prey-predator systems. — *J. Theor. Biol.*, 2000, v. 204, p. 639–647.
2. *Куршина С. Е.* Аналитическое исследование и численное моделирование контрастных диссипативных структур в поле флуктуаций динамических переменных. — *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*, 2009, № 6, с. 125–138.