

В. О. Лукашук (Уфа, УГАТУ). **Приближенное решение нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром.**

Теория приближенных групп преобразований [1] является эффективным средством нахождения решения довольно широкого класса дифференциальных уравнений. Знание группы преобразований, допускаемой обыкновенными дифференциальными уравнениями, позволяет понижать порядок уравнения или интегрировать его.

Рассмотрим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с малым параметром

$$y'' = F_{(0)}(x, y, y') + \varepsilon F_{(1)}(x, y, y') + o(\varepsilon) \quad (1)$$

с тремя симметриями вида

$$X_1 = X_{1(0)} + \varepsilon X_{1(1)}, \quad X_2 = X_{2(0)} + \varepsilon X_{2(1)}, \quad X_3 = X_{3(0)} + \varepsilon X_{3(1)}. \quad (2)$$

Пусть операторы (2) являются существенными операторами в некоторой приближенной алгебре Ли L . Следовательно, если $X_{i(0)} \neq 0$, $i = 1, 2, 3$, то L — шестимерная, если $X_{1(0)} = 0$, $X_{2(0)} \neq 0$, $X_{3(0)} \neq 0$, то L — пятимерная, если $X_{1(0)} = 0$, $X_{2(0)} = 0$, $X_{3(0)} \neq 0$, то L — четырехмерная приближенная алгебра Ли. В [2] были построены все такие неизоморфные приближенные алгебры Ли. В частности, получено 36 типов шестимерных, 24 типа пятимерных и 10 типов четырехмерных неизоморфных приближенных алгебр Ли.

В работе, представленной данным сообщением, найдены реализации приближенных алгебр Ли с тремя существенными операторами в пространстве двух переменных. Показано, что существует 62 вида шестимерных, 47 видов пятимерных и 35 видов четырехмерных неподобных приближенных алгебр Ли с тремя существенными операторами. Для каждого типа найденных приближенных алгебр построены инвариантные уравнения (1).

Алгоритм интегрирования произвольных уравнений (1) с тремя симметриями (2) может быть следующим: 1) путем вычисления коммутаторов операторов (2) определяется тип приближенной алгебры Ли; 2) строится замена переменных, после которой операторы исходной алгебры приводятся к операторам соответствующей неподобной алгебры; 3) найденная замена используется в исходном уравнении для приведения к инвариантному уравнению, которое легко может быть проинтегрировано в квадратурах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Baikov V. A., Gazizov R. K., Ibragimov N. H.* Approximate transformation groups and deformations of symmetry Lie algebras. — CRC Handbook of Lie Group Analysis of Differential Equations. V. 3. Boca Raton, Florida: CRC Press, 1996, 536 p.
2. *Газизов Р.К., Лукашук В.О.* Классификация обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с малым параметром с тремя существенными симметриями. — В сб.: Труды международной конференции MOGRAN-13: Симметрии и точные решения дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. Уфа, 2009, с. 13.