

С. Ю. Лукащук (Уфа, УГАТУ). **Восстановление коэффициентов уравнения конвекции-диффузии дробного порядка методом временных интегральных характеристик.**

Рассматривается коэффициентная обратная задача для уравнения конвекции-диффузии дробного порядка

$$u_t + au_t^{(\alpha)} = Du_{xx} - vu_x, \quad 0 < x < \infty, \quad t > 0, \quad 0 < \alpha < 1, \quad a \ll 1, \quad (1)$$

где $u_t^{(\alpha)}$ — левосторонняя дробная производная Римана–Лиувилля порядка α :

$$u_t^{(\alpha)} = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{u(x, \tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau, \quad 0 < \alpha < 1.$$

Искомыми являются коэффициенты a , D , v , а также порядок дробного дифференцирования α . Уравнение (1) описывает процессы аномального переноса в гетерогенных средах (см., например, [1]).

В качестве априорной информации, необходимой для идентификации коэффициентов, выступают известные начальное и граничные условия, а также значения u в нескольких внутренних точках области в каждый момент времени:

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 < x < \infty, \quad u(0, t) = u_0(t), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} u(x, t) = 0, \quad t > 0, \quad (2)$$

$$u(l_i, t) = u_{li}(t), \quad t > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Решение коэффициентной обратной задачи (1)–(3) выполняется методом временных интегральных характеристик (ВИХ) [2]. В результате применения к начально-краевой задаче (1)–(2) преобразования Лапласа L_p по t и разрешения получающегося в результате в пространстве изображений обыкновенного дифференциального уравнения, получаем основное соотношение для идентификации параметров модели:

$$D\Theta^2(x, p) - v\Theta(x, p) = p + ap^\alpha, \quad \Theta(x, p) = l^{-1} \ln \frac{U(x, p)}{U_0(p)}, \quad U(x, p) = L_p u(x, t).$$

Отсюда при значениях параметра $p \gg 1$, в пренебрежении второго слагаемого в правой части, с использованием (3) получены ВИХ-представления для коэффициента диффузии D и скорости v . При значениях $p \ll 1$ в предположении, что коэффициенты D и v уже известны, после логарифмирования получены ВИХ-представления для дробных параметров модели a и α .

По известным значениям оценок погрешности задания функции $u(x, t)$ в граничном условии (2) и в априорной информации (3) получены уравнения для определения оптимальных значений параметров p , доставляющих минимум оценкам погрешности восстановления коэффициентов по построенным их ВИХ-представлениям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schumer R., Benson D.A., Meerschaert M.M., Baeumer B. Fractal mobile/immobile solute transport. — Water Resour. Res, 2003, v. 39 (10), p. 1296–1308.
2. Шаталов Ю. С. Интегральные представления постоянных коэффициентов переноса. Уфа: Изд-во УАИ, 1992, 82 с.