И. Н. Маслякова (Москва, РЭА). **Рекуррентное оценивание сложности тестовых заданий, оцениваемых непрерывным показателем качества.**

Рассматривается задача определения уровня тестового задания по результатам его выполнения группой обучаемых, уровень подготовленности которых считается известным. Предполагается, что правильность выполнения тестового задания характеризуется непрерывным показателем качества. Предполагается также, что обучаемым с уровнем подготовленности $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$, последовательно предъявляется задание, уровень сложности ω которого требуется оценить. Показатель уровня сложности задания является непрерывной величиной, $\omega \in [0,1]$. Сложность задания характеризует уровень знаний обучаемого, который необходим для ответа на представленное задание. Уровень знаний обучаемого характеризуется показателем, который также является непрерывной величиной, $\theta \in [0,1]$. Ответ на задание оценивается непрерывным показателем качества ответа, $w \in [0,1]$.

Пусть получен вектор наблюдений $\mathbf{w}^{(n)} = (w_1, \ldots, w_n)$, на основании которого получена оценка уровня сложности задания $\widetilde{\omega}^{(n)}$. Затем выполнено еще одно наблюдение w_{n+1}, в результате которого сформирован вектор наблюдений $\mathbf{w}^{(n+1)} = (w_1, \ldots, w_n, w_{n+1})$. Необходимо вычислить оценку $\widetilde{\omega}^{(n+1)}$, используя оценку $\widetilde{\omega}^{(n)}$, полученную ранее, и результат последнего наблюдения w_{n+1}.

Для построения процедуры оценивания будем предполагать, что ожидаемое качество ответа w на задание с уровнем сложности ω при уровне знаний обучаемого θ определяется функцией $F(\theta, \omega)$.

Функция ожидаемого качества ответа обладает следующими свойствами: $F(\theta_1, \omega) \leqslant F(\theta_2, \omega)$ при $\theta_1 \leqslant \theta_2$, т. е. чем выше уровень знаний обучаемого, тем выше ожидаемое качество ответа; $F(\theta, \omega_2) \leqslant F(\theta, \omega_1)$ при $\omega_1 \leqslant \omega_2$, т. е. чем выше сложность задания, тем ниже ожидаемое качество ответа.

Оценку $\widetilde{\omega}^{(n+1)}$ параметра ω_0 будем определять из условия минимума средних эмпирических потерь для вектора наблюдений $\mathbf{w}^{(n+1)} = (w_1, \ldots, w_n, w_{n+1})$: $J_{n+1} = (n+1)^{-1} \sum_{j=1}^{n+1} \Phi(w_j - F(\widetilde{\omega}, \theta_j))$.

Получены рекуррентные соотношения для оценки уровня сложности задания для функции потерь Φ произвольного вида:

$$\begin{aligned}\widetilde{\omega}^{(n+1)} = {} & \left[\sum_{j=1}^{n+1} \Phi''() w_j - F(\widetilde{\omega}^{(n)}, \theta_j) \frac{\partial F(\widetilde{\omega}^{(n)}, \theta_j)}{\partial \widetilde{\omega}^{(n)}} \right]^{-1} \\ & \times \left[\Phi'(w_{n+1} - F(\widetilde{\omega}^{(n)}, \theta_{n+1})) \frac{\partial F(\widetilde{\omega}^{(n)}, \theta_{n+1})}{\partial \omega^{(n)}} \right) \\ & \qquad + \widetilde{\omega}^{(n)} \sum_{j=1}^{n+1} \Phi''(w_j - F(\widetilde{\omega}^{(n)}, \theta_j)) \frac{\partial F(\widetilde{\omega}^{(n)}, \theta_j)}{\partial \omega^{(n)}} \right].\end{aligned}$$

В частном случае квадратичной функции потерь имеем

$$\widetilde{\omega}^{(n+1)} = \widetilde{\omega}^{(n)} + \left[\sum_{j=1}^{n+1} \frac{\partial F(\widetilde{\omega}^{(n)}, \theta_j)}{\partial \widetilde{\omega}^{(n)}} \right]^{-1} \frac{\partial F(\widetilde{\omega}^{(n)}, \theta_{n+1})}{\partial \widetilde{\omega}(n)} (w_{n+1} - F(\widetilde{\omega}^{(n)}, \theta_{n+1})).$$