П. А. Вельмисов, Ю. В. Покладова, Е. С. Серебрянникова (Ульяновск, УлГТУ). **Математическое моделирование системы «трубопровод–датчик давления».**

Рассматриваются математические модели механической системы, включающей в себя трубопровод с рабочей средой и датчик. Датчик закреплен на торцевой стенке трубопровода и предназначен для измерения давления рабочей среды (например, на выходе из камеры сгорания двигателя, расположенного на другом конце трубопровода), закон изменения которого считается заданным.

Рассматриваются плоские модели для бесконечно длинного трубопровода и трубопровода конечной длины и осесимметричная модель для трубопровода конечной длины.

Задачи решаются в линейной постановке, соответствующей малым прогибам упругого элемента (пластины) и малым возмущениям потенциала скорости среды.

В случае бесконечно длинного трубопровода на основе методов теории функций комплексного переменного (с помощью интеграла Кристофеля–Шварца, формулы Келдыша–Седова) получено уравнение, связывающее закон изменения давления $P(t)$ на входе в трубопровод и деформацию $\omega(y,t)$ упругого элемента датчика:

$$L(\omega) = P_0(y,t) - P(t) + \frac{\rho}{\pi}\int_a^b \ddot{\omega}(\tau,t)\ln\left|\cos\frac{\pi\tau}{y_0} - \cos\frac{\pi y}{y_0}\right| d\tau.$$

Здесь $L(\omega) \equiv M\ddot{\omega} + D\omega_{yyyy} + N\omega_{yy} + \alpha\dot{\omega}_{yyyy} + \beta\dot{\omega} + \gamma\omega$, y_0 — поперечный размер трубопровода, ρ — плотность рабочей среды, $P_0(y,t)$ — внешняя нагрузка на пластину, a, b — координаты концов упругого элемента, α, β, γ — параметры, характеризующие упругие и демпфирующие свойства основания.

В случае трубопровода конечной длины решение аэрогидродинамической задачи осуществлялось на основе метода Фурье, при этом потенциал скорости рабочей среды был представлен в виде ряда. В результате также получено уравнение, связывающее закон изменения давления $P(y,t)$ на входе в трубопровод и деформацию $\omega(y,t)$ упругого элемента датчика. Для плоской модели уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} L(\omega) = {}& P_0(y,t) - \frac{1}{y_0}\int_0^{y_0} P(y,t)\,dy \\ & - \frac{2\rho}{y_0}\sum_{n=1}^{\infty}\cos(\lambda_n y)\frac{\mathrm{th}(\lambda_n x_0)}{\lambda_n}\int_a^b \ddot{\omega}(y,t)\cos(\lambda_n y)\,dy \\ & - \frac{2}{y_0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(\lambda_n y)}{\mathrm{ch}(\lambda_n x_0)}\int_0^{y_0} P(y,t)\cos(\lambda_n y)\,dy - \frac{\rho x_0}{y_0}\int_a^b \ddot{\omega}(y,t)\,dy. \end{aligned}$$

Здесь x_0, y_0 — продольный и поперечный размеры трубопровода, $\lambda_n = \pi n/y_0$.

Для решения указанных уравнений используется метод Галеркина. Функция деформации представляется в виде $\omega(y,t) = \sum_{k=1}^{m}\omega_k(t)g_k(y)$, где $[g_k(y)]_{k=1}^{\infty}$ — полная на отрезке $[a,b]$ система базисных функций, удовлетворяющих граничным условиям, соотвествующим условиям закрепления пластины. В частности, в случае шарнирного закрепления концов упругого элемента $g_k(y) = \sin\beta_k(y-a)$, $\beta_k = \pi k/(b-a)$.

Согласно методу Галеркина, решение исходных задач сводится к исследованию систем обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Задача Коши для этих систем решается с помощью системы Mathematica 6.0. Проведено численное моделирование на ЭВМ динамики упругого элемента датчика в зависимости от закона изменения давления в двигателе. Исследовалась деформация элемента как функция времени (в фиксированных точках элемента) и как функция координаты (в фиксированные моменты времени) для различных параметров механической системы.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (НК-177П, ГК № П1183).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vel'misov P. A.*, *Pokladova Yu. V.* An investigation of mathematical models of a mechanical system «Pipeline–Pressure Sensor». — Romai J., 2005, v. 2, № 1, p. 51–57.
2. *Vel'misov P. A.*, *Pokladova Yu. V.* Mathematical models of a mechanical system «Pipeline–Pressure Sensor». — Application of Mathematics in Engineering and Economics, 2005, p. 84–89.
3. *Vel'misov P. A.*, *Pokladova Yu. V.* Investigation of dynamics of an elastic element of a pressure sensor. — Application of Mathematics in Engineering and Economics, 2006, p. 51–57.
4. *Анкилов А. В.*, *Вельмисов П. А.*, *Горбоконенко В. Д.*, *Покладова Ю. В.* Математическое моделирование механической системы «трубопровод–датчик давления». Ульяновск: УлГТУ, 2008, 188 с.
5. *Анкилов А. В.*, *Вельмисов П. А.*, *Покладова Ю. В.* Математические модели механческой системы «трубопровод–датчик давления». Саратов: Вестник СГТУ, 2007, № 3 (27), в. 2, с. 7–14.
6. *Вельмисов П. А.*, *Горбоконенко В. Д.*, *Решетников Ю. А.* Математическое моделирование механической системы «трубопровод–датчик давления». — Датчики и системы, 2003, № 6 (49), с. 12–15.
7. *Вельмисов П. А.*, *Покладова Ю. В.* Математическая модель одной гидроупругой системы. — Труды Средневолжского матаматического общества. Саранск, 2007, т. 8, № 2, с. 93–98.