К. К. Рыбников, О. К. Чернобровина (Мытищи, МГУЛ). **О сведении некоторых задач выбора узлов электронных схем и нейросистем к анализу структуры выпуклых многогранников.**

Авторы предлагают для рассмотрения один из возможных, достаточно общих подходов к выбору математических моделей, позволяющих проанализировать схему функционирования некоторых базовых узлов электронных преобразователей и нейросхем.

1. Рассмотрим систему булевых уравнений

$$f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, t, \tag{1}$$

которая, как известно, является универсальной моделью блока электронной схемы, определенного t узлами-преобразователями с n двоичными входами и t выходами.

В [1], [2] получил свое развитие метод разделяющих плоскостей, позволяющий построить многогранник $M(A, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x}\colon\ A\mathbf{x} \leqslant \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geqslant 0\}$, где $A = \{a_{ij}\}$ — матрица размера $m \times n$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$, $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_m)^T$, а условие $\mathbf{x} \geqslant 0$ соответствует системе условий $x_1 \geqslant 0$, $x_2 \geqslant 0$, $\ldots$, $x_n \geqslant 0$, множество (0,1) точек которого включает в себя в качестве подмножества множество решений системы булевых уравнений (1) относительно неизвестных $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

В работе [3] показано, что множество решений одного булева уравнения, например,

$$f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_i, \tag{2}$$

можно представить в виде множества (0,1)-точек многогранника, заданного полиэдральными условиями вида

$$\begin{aligned} &-k_i \leqslant \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + (0,5 - s_i) y_i \leqslant s_i - k_i - 1, \quad i = 1, 2, \ldots, m, \\ &-m + 1,5 \leqslant \sum_{i=1}^{m} y_i + (0,5 - m) a_k \leqslant 0,5, \end{aligned} \tag{3}$$

где x_i, y_i принимают значения 0 или 1, $a_{ij} = 0$ или ± 1, s_i — число ненулевых коэффициентов a_{ij} в i-м неравенстве, k_i — число отрицательных коэффициентов в i-м неравенстве.

В [3] также показано, что по любой системе вида (3) можно построить эквивалентное ей по множеству (0,1)-решений уравнение (2).

2. Задачей настройки формального нейрона, распознающего векторные массивы с адресными частями X и Y соответственно, называется задача определения таких $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ (иногда b задано заранее), что

$$\sum_{j=1}^{n} a_j x_j^{(i)} \leqslant b, \qquad i = 1, 2, \ldots, t_1, \quad \sum_{j=1}^{n} a_j y_j^{(k)} > b, \qquad k = 1, 2, \ldots, t_2, \tag{4}$$

где $X = \{(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \ldots, x_n^{(i)})\}$, $|X| = t_1$, $Y = \{(y_1^{(k)}, y_2^{(k)}, \ldots, y_n^{(k)})\}$, $|Y| = t_2$.

Если система (4) совместна, то задача настройки формального нейрона решена. В противном случае может быть построен формальный нейрон, приближенно решающий эту задачу. Подход к определению такого приближенного решения, основанный на определении чебышевской точки системы неравенств (4), изложен в [4].

Заметим, что если необходимо, чтобы коэффициенты $a_1, a_2, \ldots, a_n$ нейрона были целочисленными, а адреса массивов X и Y могут выбираться произвольно, то достаточно потребовать чтобы X и Y определяли строки абсолютно унимодулярной матрицы (например, такая матрица должна удовлетворять условиям Хеллера–Томпкинса, Бержа или Падберга (см., например, [5])).

Суммируя вышесказанное, следует сделать вывод, что, выбирая систему линейных неравенств таким образом, чтобы соответствующий ей многогранник обладал бы определенными структурными свойствами (например, малым или большим числом вершин [6]), можно построить соответствующий узел преобразования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Балакин Г. В.*, *Никонов В. Г.* Методы сведения булевых уравнений к системам пороговых соотношений. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 1994, т. 1, в. 3, с. 389–401.
2. *Никонов В. Г.*, *Рыбников К. К.* Применение полиэдральных методов в прикладных математических задачах, сводящихся к анализу и решению системы линейных неравенств. — Вестник МГУ леса. Лесной вестник, 2003, № (26), с. 81–84.
3. *Рыбников К. К.*, *Ласковая Т. А.* Полиэдральные модели узлов преобразований в нейросетях. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 1, с. 144–145.
4. *Рыбников К. К.* Приближенные методы настройки формального нейрона для решения задачи распознавания двух векторных массивов. — Обозрение прикл. и промыш. матем., 2009, т. 16, в. 2, с. 380–382.
5. *Ковалев М. М.* Дискретная математика. Гл. 3. Минск: Изд-во БГУ, 1977, 192 с.
6. *Bartels H.* A priory informationen zur Linearen Programmierung. Uber Ecken und Hyperflaschen auf Polyhedern. Anton Hain, 1975.