

Т. Х. Саиег (Ставрополь, СевКавГТУ). **Разностные схемы второго порядка точности для нагруженных уравнений параболического тип.**

В области $D \equiv \{(x, t), 0 < x < 1, 0 < t < T\}$ рассмотрим задачу

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa(x, t) \frac{\partial U}{\partial x} \right] + \sum_{k=1}^m \alpha_k U(\xi_k, t) + f(x, t), \quad (1)$$

$$\kappa(0, t) \frac{\partial U}{\partial t} = \beta_1(t)U(0, t) - \mu_1(t), \quad -\kappa(1, t) \frac{\partial U}{\partial t} = \beta_2(t)U(1, t) - \mu_2(t), \quad (2)$$

$$U(x, 0) = U_0(x), \quad \kappa(x, t) \geq C_1 > 0, \quad \beta_1, \beta_2 \geq 0, \quad \beta_1 + \beta_2 > 0, \quad (3)$$

α_k — постоянные числа, $0 < \xi_1 < \dots < \xi_m < 1$ — фиксированные точки интервала $(0, 1)$.

Задаче (1)–(3) поставим в соответствие разностную задачу. В краевых условиях схемы участвуют значения искомой сеточной функции не только в граничных точках $x = 0, x = 1$, но и ее значения в узловых точках $x_{i,k}, x_{i,k+1}$ сеточной области ω_h . Обозначим $Z = Y - U$, подставим $Y = Z + U$. В полученном выражении затем умножим скалярно на $Y = \hat{Y} + Y$, положив предварительно $\sigma = 1/2$.

Оценим слагаемые, стоящие в правой части, и с учетом $\tau < 1/(4C_\varepsilon)$ находим требуемую оценку

$$\|Y^{i+1}\|_0^2 + \sum_{j'=0}^j \|Y_{\bar{X}}\|_0^2 \tau \leq M \sum_{j'=0}^j \|\phi^{j'}\|_0^2 \tau + \sum_{j'=0}^j (\mu_1^2(t_{j'}) + \mu_2^2(t_{j'}) \tau + \|U_0(x)\|_0^2).$$