Р. Г. Спевакова, **Р. В. Спеваков** (Набережные Челны, ИЭУиП).
Изучение предельного анализа студентами экономических специальностей на примере функции риска чистого дисконтированного дохода инвестиционного проекта.

В настоящем сообщении приводится пример непрерывного профессионального экономического образования студентов — будущих экономистов, менеджеров и маркетологов, осуществляемого в Набережночелнинском филиале Института экономики, управления и права (г. Казань). Суть такого обучения в том, что уже начиная с первого курса, будущие экономисты и менеджеры изучают такие важнейшие разделы высшей математики, как теория пределов и дифференциальное исчисление не на абстрактных примерах (как это обычно принято во всех высших учебных заведениях), а на примерах исследования функции риска $R(x)$ чистого дисконтированного дохода NPV, распределенного по различным вероятностным законам.

Разумеется, одно занятие при этом (как правило, это лекция) приходится потратить на то, чтобы, несколько забегая вперед учебной программы, дать студентам основополагающие понятия теории вероятностей и финансового (инвестиционного) менеджмента.

Продемонстрируем изучение теории пределов и методов исследования функции с помощью производных на примере исследования функции риска $R(x) = f(x)/[1 - F(x)] = F'(x)/S(x)$, где в роли случайной величины Z выступает чистый дисконтированный доход $Z = NPV$ исследуемого инвестиционного проекта, $F(x) = \mathbf{P}\{NPV = Z < x\}$ есть функция распределения $Z = NPV$, $f(x) = F'(x)$ — плотность вероятности $Z = NPV$, $S(x) = \mathbf{P}\{NPV = Z \geqslant x\}$ есть функция выживания $Z = NPV$.

Предположим, что чистый дисконтированный доход NPV распределен по закону Чампернауна с плотностью вероятности

$$f(x) = \frac{\alpha}{\pi\, \mathrm{ch}\alpha(x-\mu)} = \frac{2\alpha}{\pi(e^{\alpha(x-\mu)} + e^{-\alpha(x-\mu)})},$$

где μ — параметр положения ($\mu > 0$), α — параметр масштаба ($\alpha > 0$).

Функция риска NPV, распределенного по этому закону, примет вид $R(x) = f(x)[1 - 2\pi^{-1}\mathrm{arctg} e^{\alpha(x-\mu)}]^{-1}$, а основные числовые характеристики NPV задаются формулами: $\sigma(NPV) = 1,5708/\alpha$, $Me(NPV) = Mo(NPV) = \mathbf{M}(NPV) = \mu$, где $\sigma(NPV)$ — стандартное отклонение, $Me(NPV)$ — медиана, $Mo(NPV)$ — мода, $\mathbf{M}(NPV)$ — математическое ожидание случайной величины $Z = NPV$.

Вычислим предел функции риска при $x \to \infty$, т. е. при $Z = NPV \to \infty$:

$$\begin{aligned}
A &= \lim_{x\to\infty} \frac{2\alpha}{\pi[e^{\alpha(x-\mu)} + e^{-\alpha(x-\mu)}][1 - (2/\pi)\mathrm{arctg} e^{\alpha(x-\mu)}]} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{2\alpha}{\pi}\left(\frac{1}{e^{\alpha(x-\mu)} + e^{-\alpha(x-\mu)}}\right)' \Big/ \left(1 - \frac{2}{\pi}\mathrm{arctg} e^{\alpha(x-\mu)}\right)' \\
&= -\lim_{x\to\infty} \frac{\alpha(e^{\alpha(x-\mu)} + e^{-\alpha(x-\mu)})}{e^{\alpha(x-\mu)}(1 + e^{2\alpha(x-\mu)})} = -\lim_{x\to\infty} \frac{\alpha(1 - e^{2\alpha(x-\mu)})}{1 + e^{2\alpha(x-mu)}} \\
&= -\lim_{x\to\infty} \frac{\alpha(1 - e^{2\alpha(x-\mu)})'}{(1 + e^{2\alpha(x-mu)})'} = -\lim_{x\to\infty} \frac{\alpha(-e^{2\alpha(x-\mu)})\,2\alpha}{e^{2\alpha(x-\mu)}\,2\alpha} = \alpha.
\end{aligned}$$

Таким образом, применяя два раза правило Лопиталя, мы показали, что при неограниченном возрастании чистого дисконтированного дохода его функция риска стремится к числу α. Этот факт может оказаться чрезвычайно важным при приняти- и финансовым менеджером компании инвестиционных решений, поскольку, начиная с некоторого достаточно высокого значения NPV, риск соответствующего инвестиционного проекта остается неизменным, что открывает широкие перспективы при управлении инвестиционными рисками.

Более того, методами дифференциального исчисления можно доказать, что прямая $y = \alpha$ является асимптотой графика функции риска $R(x)$ распределения Чампернауна, причем график функции риска стремится к своей асимптоте замедляющимися темпами (все медленнее), оставаясь все время ниже своей асимптоты, поскольку $R''(x) > 0$.