В. П. Ц в е т о в (Самара, СамГУ). **О представлении абстрактных полиномов над конечными алгебрами.**

Пусть $\langle U, (\odot, \oplus)\rangle$, $|U| = n$ — конечная алгебра типа (2,2), $i \dots j = \{i, i+1, \dots, j\}$ — целочисленный интервал, $P(u) = c_m \odot u^m \oplus (c_{m-1} \odot u^{m-1} \oplus (\cdots \oplus (c^1 \odot u^1 \oplus c_0) \cdots))$ — абстрактный полином с коэффициентами $c_s \in U$, в котором операция возведения в степень индуцирована операцией $\odot$. Зададим тотальную биекцию I: $1 \dots n \mapsto U$. На множестве $1 \dots n$ определим значения трехместных предикатов $\phi = (\phi_{i_1 i_2 k})$, $\psi = (\phi_{i_1 i_2 k})$, двуместного предиката $p = (p_{i_1 k})$ и одноместных предикатов $\sigma^s = (\sigma^s_{i_1})$, $\delta^{i_2} = (\delta^{i_2}_k)$, $i_1, i_2, k \in 1 \dots n$, $s \in 0 \dots m$, правилами

$$\phi_{i_1 i_2 k} = \begin{cases} 1, & I(i_1) \odot I(i_2) = I(k), \\ 0, & I(i_1) \odot I(i_2) \neq I(k), \end{cases} \quad \psi_{i_1 i_2 k} = \begin{cases} 1, & I(i_1) \oplus I(i_2) = I(k), \\ 0, & I(i_1) \oplus I(i_2) \neq I(k), \end{cases}$$

$$p_{i_1 k} = \begin{cases} 1, & P(I(i_1)) = I(k), \\ 0, & P(I(i_1)) \neq I(k), \end{cases} \quad \sigma^s_{i_1} = \begin{cases} 1, & I(i_1) = c_s, \\ 0, & I(i_1) \neq c_s, \end{cases} \quad \delta^{i_2}_k = \begin{cases} 1, & i_2 = k, \\ 0, & i_2 \neq k. \end{cases}$$

Предикат p называют *матричным представлением полинома* P. Нетрудно показать, что

$$\begin{aligned}(p_{ik}) = (q^m_{i\mathbf{i}_m}) \circ (q^{m-1}_{i\mathbf{i}_{m-1}}) \circ \cdots \circ (q^1_{i\mathbf{i}_1}) \circ (\sigma^0_{\mathbf{i}_0}) \circ (\psi_{\mathbf{i}_m i_{m-1} k_{m-1}}) \\ \circ (\psi_{\mathbf{k}_{m-1} \mathbf{i}_{m-2} \mathbf{k}_{m-2}}) \circ (\psi_{\mathbf{k}_{m-2} \mathbf{i}_{m-3} \mathbf{k}_{m-3}}) \circ \cdots \circ (\psi_{\mathbf{k}_1 \mathbf{i}_0 k}),\end{aligned}$$

где

$$q^s = (q^s_{ik}) = (\phi^s_{i\mathbf{k}_1}) \circ (\sigma^s_{\mathbf{i}_1}) \circ (\phi_{\mathbf{i}_1 \mathbf{k}_1 k}),$$

$$\phi^s = (\phi^s_{ik}) = (\phi_{ii\mathbf{k}_1}) \circ (\phi_{i\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}) \circ (\phi_{i\mathbf{k}_2 \mathbf{k}_3}) \circ \cdots \circ (\phi_{i\mathbf{k}_{s-2} k}),$$

а операция $\circ$ над предикатами $(\alpha_{i_1 i_2 \cdots i_p \cdots i_{n_1}})$, $(\beta_{j_1 j_2 \cdots j_s \cdots j_{n_2}})$ определена при помощи операций дистрибутивной решетки $\langle 0 \dots 1, (\vee, \wedge)\rangle$

$$\begin{aligned}&(\alpha_{i_1 i_2 \dots i_{p-1} \mathbf{k} i_{p+1} \cdots i_{n_1}}) \circ (\beta_{j_1 j_2 \dots j_{s-1} \mathbf{k} j_{s+1} \cdots j_{n_2}}) \\ &\qquad = \bigvee_{\mathbf{k}=1}^{n} \alpha_{i_1 i_2 \dots i_{p-1} \mathbf{k} i_{p+1} \dots i_{n_1}} \wedge \beta_{j_1 j_2 \dots j_{s-1} \mathbf{k} j_{s+1} \dots j_{n_2}}, \\ &(\alpha_{i_1 i_2 \dots i_{p-1} \mathbf{k}_1 i_{p+1} \cdots i_{n_1}}) \circ (\beta_{j_1 j_2 \dots j_{s-1} \mathbf{k}_2 j_{s+1} \dots j_{n_2}}) \\ &\qquad = \alpha_{i_1 i_2 \dots i_{p-1} k_1 i_{p+1} \dots i_{n_1}} \wedge \beta_{j_1 j_2 \dots j_{s-1} k_2 j_{s+1} \dots j_{n_2}},\end{aligned}$$

$$\bigvee_{\mathbf{k}_1=1}^{n} \gamma_{k_1} = \sup\{\gamma_{k_1} | k_1 \in 1 \dots n\}, \quad \gamma_{k_1} \wedge \gamma_{k_2} = \inf\{\gamma_{k_1}, \gamma_{k_2}\}, \quad \gamma_{k_1}, \gamma_{k_2} \in 0 \dots 1.$$

Матричное представление полинома P позволяет легко находить множество $S(v)$ всех решений уравнения $P(u) = v = I(i_2)$, а именно, $S(v) = \{I(i_1) | p^{-1}_{i_1} > 0,\ (p^{-1}_{i_1}) = (p_{i_1 \mathbf{k}}) \circ (\delta^{i_2}_{\mathbf{k}})\}$.