В. А. Калитвин (Липецк, ЛГПУ). **Об обобщении математической модели одной задачи теории вероятностей.**

Интегро-дифференциальное уравнение (ИДУ)

$$\frac{\partial x(t,s)}{\partial t} - \int_R m(t,s,\sigma)\frac{\partial x(t,\sigma)}{\partial t}\,d\sigma = c(t,s)x(t,s) + \int_R k(t,s,\sigma)x(t,\sigma)\,d\sigma + f(t,s), \quad (1)$$

где $s \in R = (-\infty, +\infty)$, $t \in [0,a]$, $m(t,s,\sigma)$, $k(t,s,\sigma)$, $f(t,s)$ — заданные функции, является естественным обобщением ИДУ Барбашина, получающегося из (1) при $m(t,s,\sigma) \equiv 0$ и $R = [0,b]$. Различные задачи для ИДУ Барбашина детально исследованы в [1], причем они интерпретировались как некоторые задачи для дифференциальных уравнений в банаховом пространстве или сводились к интегральным уравнениям с частными интегралами. Аналогичные методы применимы к исследованию начальных и краевых задач для ИДУ (1), которое мы будем называть ИДУ типа Барбашина. Частным случаем уравнения (1) является ИДУ указанной в [2] задачи теории вероятностей, в которой предполагается, что за бесконечно малый промежуток времени $(t, t+dt)$ параметр s с вероятностью $1 - a(t,s)\,dt$ сохраняет прежнее значение и с вероятностью $k(t,s,\sigma)\,dt\,d\sigma$ переходит в s', где $\sigma < s' < \sigma + d\sigma$ и $\int_R k(t,s,\sigma)\,d\sigma = a(t,s)$. Если в момент t_0 известна дифференциальная функция распределения $x(t_0,s)$, то функция распределения $x(t,s)$ при любом $t > t_0$, по определению, имеет вид $x(t,s) = \int_R f(t_0,\sigma,t,s)x(t_0,\sigma)d\sigma$, где функция $f(t_0,\sigma,t,s) \geqslant 0$ измерима в смысле Бореля относительно σ, s и определяет схему некоторого стохастического процесса. А. Н. Колмогоров отметил, что для $x(t,s)$ должно, по-видимому, иметь место ИДУ (1) с $m(t,s,\sigma) = 0$, $c(t,s) = -a(t,s)$ и $f(t,s) = 0$.

Условия существования и единственности классического решения ИДУ (1) с заданным начальным условием $x(t_0,s)$ и $m(t,s,\sigma) \equiv 0$ получены в [3]. Если же $m(t,s,\sigma)$ — ненулевое ядро оператора $(Mu)(t,s) = \int_R m(t,s,\sigma)u(t,\sigma)\,d\sigma$, то при естественных условиях на ядро оператор $I - M$ обратим в подходящем пространстве, причем $(I-M)^{-1}u(t,s) = u(t,s) + \int_R r(t,s,\sigma)u(t,\sigma)\,d\sigma$. Это представление и теорема Фубини позволяют свести (1) к ИДУ Барбашина и использовать результаты из [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Appell J. M., Kalitvin A. S., Zabrejko P. P.* Partial Integral Operators and Integro-Differential Equations. New York: Marcel Dekker, 2000, 560 p.
2. *Колмогоров А. Н.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1986, 535 с.
3. *Калитвин А. С.* Об интегро-дифференциальном уравнении одной задачи теории вероятностей. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 4, с. 663–664.