С. В. Б а л а к и н (Новосибирск, ИМ СО РАН)**. Распределение максимума длин серий в марковской цепи.**

В отличие от многих других естественных характеристик серий в марковской цепи, как, например, число событий или серий из данных событий [2], максимум длин серий является нелинейной случайной величиной, в связи с чем его исследование даже в двоичном случае представляет определенные трудности. Вместе с тем, данная экстремальная характеристика используется во многих прикладных областях и нахождение его распределения и первых моментов представляет вполне определенный теоретический и практический интерес.

Рассмотрим двоичную марковскую последовательность ξ случайных переменных $\xi(k)$, $k \geqslant 0$, с множеством значений $C = \{1, 0\}$, начальным вектором A и переходной матрицей Q:

$$A = (a, 1-a), \quad Q = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-q & q \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} a = \mathbf{P}\{\xi(0) = 1\}, &\quad 1-a = \mathbf{P}\{\xi(0) = 0\}, \\ p = \mathbf{P}\{\xi(k) = 1 | \xi(k-1) = 1\}, &\quad 1-p = \mathbf{P}\{\xi(k) = 0 | \xi(k-1) = 1\}, \\ q = \mathbf{P}\{\xi(k) = 0 | \xi(k-1) = 0\}, &\quad 1-q = \mathbf{P}\{\xi(k) = 1 | \xi(k-1) = 0\} \end{aligned}$$

(здесь $k > 0$). Будем предполагать, что $0 < p, q < 1$.

Пусть $y_k(n)$ — число серий из единиц длины k на отрезке $[0, n]$, а $z(n)$ — максимум длин серий из успехов на этом отрезке. Тогда при $\sum_{i=1}^{n+1} (i+1) j_i \leqslant n+2$ имеем

$$\begin{aligned} &\mathbf{P}\{y_1(n) = j_1, y_2(n) = j_2, \dots, y_{n+1}(n) = j_{n+1}, \ \xi(0) = \alpha, \ \xi(n) = \beta\} \\ &\quad = C\, a^{\alpha} (1-a)^{1-\alpha} p^{\sum_{i=2}^{n+1} (i-1) j_i} (1-p)^{\sum_{i=1}^{n+1} j_i - \beta} (1-q)^{\sum_{i=1}^{n+1} j_i - \alpha} q^{n - \sum_{i=1}^{n+1} (i+1) j_i + \alpha + \beta}, \end{aligned}$$

где

$$C = \frac{(j_1 + j_2 + \dots + j_{n+1})!}{j_1!\, j_2! \cdots j_{n+1}!} \binom{n - \sum_{i=1}^{n+1} i j_i}{\sum_{i=1}^{n+1} j_i - \alpha - \beta}.$$

Тогда

$$\mathbf{P}\{z(n) \leqslant m\} = \sum_{2j_1 + 3j_2 + \dots + (m+1) j_m \leqslant n+2} \ \sum_{0 \leqslant \alpha, \beta \leqslant 1} P(j_1, j_2, \dots, j_m, 0, \dots, 0, \alpha, \beta).$$

Для полученного распределения максимума длин серий, а также для распределений и первых моментов серий длины k показано, что, в отличие от независимого случая, при марковской зависимости вероятности не обязаны убывать вместе с возрастанием длины серии, и полученные распределения могут носить сложный характер, как, например, в [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Савельев Л. Я., Балакин С. В., Хромов Б. В.* Накрывающие серии в двоичных марковских последовательностях. — Дискретн. матем., 2003, т. 15, в. 1, с. 50–76.
2. *Савельев Л. Я., Балакин С. В.* Совместное распределение числа единиц и числа 1-серий в двоичной марковской последовательности. — Дискретн. матем., 2004, т. 16, в. 3, с. 43–62.