

В. В. К и с е л е в (Москва, ФГОУ ВПО ФА). **Подход к решению некоторых классов задач оптимального управления.**

Будем рассматривать следующую задачу. Поведение системы описывается уравнением $\dot{x} = f(x) + Bu$, $x \in \mathbf{R}^m$, $u \in U \subset \mathbf{R}^m$. Задано $x(t_0) = x_0$. Требуется минимизировать $\int_{t_0}^T F(x, t) dt$, где F — некоторая заданная функция.

Запишем систему сопряженных уравнений:

$$\frac{d\varphi_i}{dt} = - \sum_j \varphi_j \frac{df_j}{dx_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Предполагается, что множество значений функции $\varphi(t)$ на $[t_0, T]$ ограничено и принадлежит некоторому выпуклому многогранному конусу Λ . Это, в частности, выполняется, если множество значений функции $\varphi(t)$ выпуклое и не содержит начало координат. Пусть Λ_1 — конус, сопряженный конусу Λ , а Λ_2 — конус, симметричный Λ_1 относительно начала координат. Можно показать, что линейное преобразование B^T переводит конус Λ_2 в некоторый многогранный конус Λ_3 .

Теорема. Для сформулированной выше задачи необходимым условием оптимальности является $0 = -F + \max_{u \in U_{\Lambda_3}} (\varphi, Bu)$, где U_{Λ_3} — множество Λ -оптимальных решений, соответствующих конусу Λ_3 .

Следствие. Если исходный функционал имеет вид $\int_{t_0}^T dt$, то необходимое условие оптимальности можно записать так: $1 = \max_{u \in U_{\Lambda_3}} (\varphi, Bu)$.