

**Р. Р. Ямагов, В. Н. Кризский** (Стерлитамак, СФ БГУ). **О вычислении электрических полей в квазифрактальных кусочноанизотропных средах.**

**Математическая постановка задачи.** Рассмотрим горизонтально-слоистую среду, разделенную заданными квазифрактальными границами  $\gamma_{0,0}, \gamma_{1,0}, \gamma_{2,0}, \dots, \gamma_{N,0}$  на горизонтальные слои  $\Omega_{0,0}, \Omega_{1,0}, \Omega_{2,0}, \dots, \Omega_{N,0}$  с постоянными удельными электрическими проводимостями  $\sigma_{0,0}, \sigma_{1,0}, \sigma_{2,0}, \dots, \sigma_{N,0}$  соответственно. Каждый слой  $\Omega_{i,0}$  содержит  $k_i$  квазифрактальных анизотропных включений  $\Omega_{i,j}$  с границей  $\gamma_{i,j}$  и постоянным симметричным тензором проводимости  $\sigma_{i,j}$ . Пусть в точке  $A$  горизонтального слоя  $\Omega_{0,0}$  находится точечный источник постоянного тока, с которого стекает ток силы  $I = 1$  А. Электрическое поле, создаваемое источником, описывается следующей краевой задачей:

$$\operatorname{div}(\sigma_{i,j} \bar{\nabla} U_{i,j}) = -f_{i,j}(P), \quad P \in \Omega_{i,j}, \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 0, \dots, k_i, \quad (1)$$

$$U_{i,0} - U_{j,0}|_{\gamma_{i,0} \cap \gamma_{j,0}} = 0, \quad (\sigma_{i,0} \bar{\nabla} U_{i,0}, \mathbf{n}) - (\sigma_{j,0} \bar{\nabla} U_{j,0}, \mathbf{n})|_{\gamma_{i,0} \cap \gamma_{j,0}} = 0, \\ i = 1, \dots, N, \quad j \in J_0 \{j | \gamma_{i,0} \cap \gamma_{j,0} \neq \emptyset\}, \quad (2)$$

$$U_{i,0} - U_{i,j}|_{\gamma_{i,0} \cap \gamma_{i,j}} = 0, \quad (\sigma_{i,0} \bar{\nabla} U_{i,0}, \mathbf{n}) - (\sigma_{i,j} \bar{\nabla} U_{i,j}, \mathbf{n})|_{\gamma_{i,0} \cap \gamma_{i,j}} = 0, \\ i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, k_i, \quad (3)$$

$$U_{i,0}(P) \tau 0, \quad P \rightarrow \infty, \quad i = 1, \dots, N. \quad (4)$$

Здесь  $f_{0,0} = \delta(P, A)$  и  $f_{i,j} = 0$  для  $i, j \neq 0$ ,  $\delta(P, A)$  — функции Дирака,  $\mathbf{n}$  — вектор внешней нормали к границе области,  $J_0$  — множество номеров подобластей  $\Omega_{j,0}$ , граничащих с подобластью  $\Omega_{i,0}$ .

**Интегральное представление решения.** На основе метода интегральных представлений [1] разработан следующий рекуррентный алгоритм.

**Шаг 1.** Производится выбор подобластей, по внутренним границам которых будут сформированы интегральные уравнения.

**Шаг 2.** формулируется вспомогательная (более простого вида) задача для функции Грина во вмещающем пространстве без включений, аналогичная исходной.

**Шаг 3.** Строится интегральное представление для первого шага или для последующих шагов.

**Шаг 4.** формируется система интегральных уравнений для первого шага или для последующих шагов.

Алгоритм распараллеливается, что существенно при решении прямых и особенно обратных вариационных (на основе прямых) задач с большим количеством подобластей и включений. Для проведения вычислительного эксперимента разработаны модули и комплекс программ на языке C++ в среде программирования C++Builder6.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кризский В.Н. О способе вычисления физических полей в кусочно-анизотропных средах. I. Стационарные поля. — Вестник БашГУ, 2009, т. 14, № 3, с. 726–730.