Т. Г. Сукачева (Великий Новгород, НовГУ). **Об одной линеаризованной модели термоконвекции несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина–Фойгта.**

Система уравнений

$$
\begin{aligned}
&(1-\lambda\nabla^2\mathbf{v})_t = \nu\nabla^2\mathbf{v} - (\widetilde{\mathbf{v}}\,\nabla)\mathbf{v} - (\mathbf{v}\,\nabla)\widetilde{\mathbf{v}} - \nabla p - g\boldsymbol{\gamma}\theta + \mathbf{f},\\
&0 = \nabla\,\mathbf{v}, \quad \theta_t = \kappa\nabla^2\theta - \mathbf{v}\,\nabla\theta + \mathbf{v}\,\boldsymbol{\gamma},
\end{aligned}
\tag{1}
$$

является гибридом линеаризованной системы Осколкова [1, 2] и уравнения теплопроводности в приближении Обербека–Буссинеска, моделирующего термоконвекцию несжимаемой вязкоупругой жидкости. Система моделирует эволюцию скорости $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$, $v_i = v_i(x,t)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$, градиента давления $\nabla p = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, $p_i = p_i(x,t)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$, и температуры $\theta = \theta(x,t)$ простейшей неньютоновской жидкости — несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина–Фойгта нулевого порядка. Параметры $\lambda \in \mathbf{R}$, $\nu \in \mathbf{R}_+$ и $\varkappa \in \mathbf{R}_+$ характеризуют упругость, вязкость и теплопроводность жидкости соответственно; $g \in \mathbf{R}_+$ есть ускорение свободного падения; вектор $\boldsymbol{\gamma} = (0, \ldots, 0, 1)$ есть орт в $\mathbf{R}^n$; свободный член $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \ldots, f_n)$, $f_i = f_i(x,t)$, отвечает внешнему воздействию на жидкость, а вектор-функция $\widetilde{\mathbf{v}} = (\widetilde{v}_1, \widetilde{v}_2, \ldots, \widetilde{v}_n)$, $\widetilde{v}_i = \widetilde{v}_i(x)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ соответствует стационарному решению исходной системы [1, 2].

Рассмотрим первую начально-краевую задачу

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{v}(x,0) = \mathbf{v}_0(x), \quad \theta(x,0) = \theta_0(x), \qquad x \in \Omega,\\
&\mathbf{v}(x,t) = 0, \quad \theta(x,t) = 0, \qquad (x,t) \in \partial\Omega \times \mathbf{R}_+,
\end{aligned}
\tag{2}
$$

для системы (1). Здесь $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ $(n = 2, 3, 4)$ — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞. Впервые задачу термоконвекции для несжимаемых вязкоупругих жидкостей Кельвина–Фойгта поставил А. П. Осколков, им же была исследована разрешимость задачи (2) для соответствующей нелинейной модели нулевого порядка в случае $\lambda^{-1} > -\lambda_1$ (λ_1 — наименьшее собственное значение задачи Дирихле для оператора Лапласа в области Ω) [3]. Первая начально-краевая задача для этой модели рассматривалась в [4, 5]. В этих работах и в [6] изучалась ситуация, когда свободный член $\mathbf{f}$ не зависит от времени.

Нашей целью является изучение разрешимости задачи (1)–(2) при нестационарном свободном члене $\mathbf{f} = \mathbf{f}(x,t)$. Эту задачу мы исследуем в рамках теории полулинейных уравнений соболевского типа. Основным инстументом исследования является понятие относительно p-секториального оператора и порожденной им разрешающей вырожденной полугруппы операторов. Доказана теорема существования единственного решения указанной задачи и получено описание ее расширенного фазового пространства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осколков А. П.* Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей Кельвина–Фойгта и жидкостей Олдройта. — Труды матем. ин-та им. В. А. Стеклова АН СССР, 1988, т. 179, с. 126–164.
2. *Осколков А. П.* Нелокальные проблемы для одного класса нелинейных операторных уравнений, возникающих в теории уравнений типа С. Л. Соболева. — Записки научных семинаров ЛОМИ, 1991, т. 198, с. 31–48.
3. *Осколков А. П.* К теории жидкостей Фойгта. — Записки научных семинаров ЛОМИ, 1980, т. 96, с. 233–236.
4. *Свиридюк Г. А.* К общей теории полугрупп операторов. — Успехи матем. наук, 1994, т. 49, № 4, с. 47–74.

5. *Свиридюк Г. А.* Разрешимость задачи термоконвекции вязкоупругой несжимаемой жидкости. — Изв. ВУЗов. Сер. матем., 1990, № 12, с. 65–70.
6. *Сукачева Т. Г.* Исследование математических моделей несжимаемых вязкоупругих жидкостей. Дисс. на соискание уч. ст. доктора физ.-матем. наук. Великий Новгород: НовГУ, 2004, 249 с.