

А. Г. Шапошникова (Уфа, УГАТУ). **Использование различных мер риска при решении задачи оптимизации портфеля ценных бумаг.**

Рассматривается задача формирования оптимального портфеля ценных бумаг.

Для построения критерия оптимальности портфеля предлагается использовать комбинацию статистических оценок квантильных мер риска и статистик, связанных с распределением частот, что позволит учесть различные характеристики распределения доходности. Квантильные меры характеризуют риск как минимальную границу доходности с некоторым уровнем достоверности, а статистики описывают положение центра распределения, вокруг которого концентрируются данные, и форму распределения.

Предлагаются следующие меры риска.

1) Комбинация меры VaR и коэффициента асимметрии:

$$M_1(\alpha, \beta) = -\frac{\text{VaR}_\alpha^-(X)}{\text{VaR}_\alpha^+(X)} - \beta\gamma,$$

где $\text{VaR}_\alpha^-(X) = \max\{\varepsilon | \mathbf{P}\{V(X) \leq \varepsilon\} \leq \alpha\}$, $\text{VaR}_\alpha^+(X) = \min\{\varepsilon | \mathbf{P}\{V(x) \geq \varepsilon\} \leq \alpha\}$, X — портфель, $V(X)$ — доходность портфеля X , \mathbf{P} — вероятность, ε — достаточно малое положительное число, α — параметр, достаточно малое положительное число, $\text{VaR}_\alpha^-(X)$ есть $(1-\alpha)$ -квантиль распределения доходности, $\text{VaR}_\alpha^+(X)$ есть α -квантиль распределения доходности, γ — коэффициент асимметрии, β — параметр.

2) Комбинация меры CVaR и коэффициента асимметрии:

$$M_2(\alpha, \beta) = -\frac{\text{CVaR}_\alpha^-(X)}{\text{CVaR}_\alpha^+(X)} - \beta\gamma,$$

$\text{CVaR}_\alpha^-(X) = \mathbf{E}[V(X)|V(X) \leq \text{VaR}_\alpha^-(X)]$, $\text{CVaR}_\alpha^+(X) = \mathbf{E}[V(X)|V(X) \geq \text{VaR}_\alpha^+(X)]$, \mathbf{E} — символ математического ожидания.

3) Комбинация меры CVaR, моды и коэффициента асимметрии:

$$M_3(\alpha, \beta) = -\delta \frac{\text{Mo}}{\text{CVaR}_\alpha^+(X)} + M_2(\alpha, \beta),$$

Mo — мода распределения доходности портфеля, δ — параметр.

4) Комбинация меры CVaR, медианы и коэффициента асимметрии:

$$M_4(\alpha, \beta) = -\delta \frac{\text{Me}}{\text{CVaR}_\alpha^+(X)} + M_2(\alpha, \beta),$$

Me — медиана распределения доходности портфеля.

5) Комбинация меры Шарпа и коэффициента асимметрии:

$$M_5(\alpha, \beta) = -\frac{\mathbf{E}P - \mathbf{E}Obl}{ES} - \beta\gamma,$$

P — доходность портфеля, Obl — безрисковый инструмент, ES — стандартное отклонение доходности портфеля.

6) Комбинация меры Шарпа, моды и коэффициента асимметрии:

$$M_6(\alpha, \beta) = -\delta \frac{\text{Mo}}{\text{CVaR}_\alpha^+(X)} + M_5(\alpha, \beta).$$

7) Комбинация меры Шарпа, медианы и коэффициента асимметрии:

$$M_7(\alpha, \beta) = -\delta \frac{\text{Me}}{\text{CVaR}_\alpha^+(X)} + M_5(\alpha, \beta).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sarykalin S., Serraino G., Uryasev S.* VaR vs CVaR in Risk Management and Optimization. — In: *Tutorials in Operations Research*. Hanover, MD: INFORMS, 2008, p. 270–294.
2. *Rachev S. T., Menn C., Fabozzi F. J.* Fat-Tailed and Skewed Asset Return Distribution. N. Y.: Wiley, 2005.
3. *Броштейн Е., Куреленкова Ю.* Как измерить риск. — *Рынок ценных бумаг*, 2006, № 12, с. 69–71.