Д. А. Ж у к о в (Таганрог, ТГПИ). **О жесткости овалоида относительно бесконечно малых MG-деформаций.**

Исследование проводится в трехмерном евклидовом пространстве. *Овалоид* — замкнутая выпуклая поверхность положительной гауссовой кривизны.

Бесконечно малая деформация $\{S_\varepsilon\} : \overline{r}_\varepsilon = \overline{r} + \varepsilon\overline{y}$, где $\overline{y}$ — поле смещений деформации, $\overline{r}$ — радиус-вектор исходной поверхности, при которой выполняются условия $\delta(R_1R_2) = 0$ и $\delta\overline{n} = 0$, означающие стационарность произведения главных радиусов кривизн и стационарность вектора нормали соответственно, называется *бесконечно малой* MG-*деформацией.*

Векторное поле вида $\overline{y} = \overline{C} = \overline{\mathrm{const}}$ будем называть *тривиальной* бесконечно малой MG-деформацией. Если поверхность не допускает иных бесконечно малых MG-деформаций, кроме тривиальных, то она называется *жесткой* относительно бесконечно малых MG-деформаций.

Теорема. *Овалоид, заданный уравнением* $\overline{r} = \overline{r}(u,v) \in C^{m,\alpha}$, $m \geqslant 2$, $0 < \alpha < 1$, $(u,v) \in \mathbf{R}^2$, *где* $\mathbf{R}^2$ — *числовая плоскость, является жестким относительно бесконечно малых* MG-*деформаций с полем смещения* $\overline{y} = \overline{y}(u,v) \in C^{m,\alpha}$, $m \geqslant 2$, $0 < \alpha < 1$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. основано на применении обобщенной теоремы Лиувилля для обобщенных аналитических функций по И. Н. Векуа.

В самом деле, поле смещений бесконечно малых MG-деформаций и радиус-вектор поверхности связаны соотношениями

$$\overline{y}_u = \alpha\overline{r}_u + \beta\overline{r}_v, \quad \overline{y}_v = \gamma\overline{r}_u + \widetilde{\delta}\overline{r}_v, \tag{1}$$

$\alpha, \beta, \gamma, \widetilde{\delta}$ — некоторые скалярные функции от u, v. Найдена система уравнений для бесконечно малых MG-деформаций

$$\begin{aligned}
&\alpha(bg + M^2) + \beta gNM - \gamma gLM + \widetilde{\delta}g(b - M^2) = 0,\\
&\alpha_v - \gamma_u = \gamma\Gamma^1_{11} + (\widetilde{\delta} - \alpha)\Gamma^1_{12} - \beta\Gamma^1_{22},\\
&\beta_v - \widetilde{\delta}_u = \gamma\Gamma^2_{11} + (\widetilde{\delta} - \alpha)\Gamma^2_{12} - \beta\Gamma^2_{22},\\
&\alpha M + \beta N = \gamma L + \widetilde{\delta}M,
\end{aligned} \tag{2}$$

где $g = EG - F^2$ и $b = LN - M^2$ — дискриминанты первой и второй квадратичных форм поверхности.

Введем на овалоиде сопряженно изометрическую систему координат, в которой $L = N \neq 0$, $M = 0$. Тогда из системы (2) следует, что $\widetilde{\delta} = -\alpha$ и $\beta = \gamma$. Согласно книге [1], вводим в рассмотрение комплексную функцию $w(z) = \beta + i\alpha$, где $z = u + iv$, что позволяет записать систему (2) в виде

$$\partial_{\overline{z}}w + A_1w + B_1\overline{w} = 0, \tag{3}$$

где $\partial_{\overline{z}}w = (1/2)(w_u + iw_v)$, $A_1 = (1/4)(\Gamma^1_{11} - \Gamma^1_{22} + 2\Gamma^2_{12}) - (i/4)(\Gamma^2_{11} - \Gamma^2_{22} - 2\Gamma^1_{12})$, $B_1 = (1/4)(\Gamma^1_{11} - \Gamma^1_{22} - 2\Gamma^2_{12}) - (i/4)(\Gamma^2_{11} - \Gamma^2_{22} + 2\Gamma^1_{12})$. Исследование уравнения (3) методом книги [1] показало, что $\alpha = \beta = 0$, тогда в силу (1) имеет место теорема.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Векуа И. Н.* Обобщенные аналитические функции. М.: Наука, 1988.