И. К. К о х а н е н к о, **В. А. М о с к а е в** (Ростов-на-Дону, РВИ РВ). **Оценка времени стабильности фрактальных структур.**

В работе [1] получены общие соотношения для времен циклов стабильности (персистентности) при частотном фрактальном распределении акцентов (например, неисправностей). При этом использовано уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова, которые после соответствующих преобразований приводятся к модели вида $f \sim f_0 e^{a_1 t}$, $n \sim n_0 e^{a_2 t}$, где распределение f эволюции сложных систем как композиция локального шума и глобального порядка; последний ассоциируется с долговременной памятью системы, отличной от марковской; f_0 и n_0 — распределения числа акцентов I в системе в целом и распределение n числа акцентов I в кластерах соответственно; a_1, a_2 — коэффициенты автокатализа. Модель объединяет локальное поведение с глобальным порядком в системе.

В случае рангового фрактального распределения акцентов $f = f_0 e^{a_1 T_1}$, $f_0 = B/r^{\gamma}$, $\gamma = 1/\alpha$ (аналогично для n) можно получить выражения для времен циклов персистентности, если воспользоваться следующими понятными условиями: наибольшего во времени значения плотности f: $f_m = G f_{0\,\min} e^{a_1 T_{\max}}$, $f_{0\,\min} = B/r_{\max}^{\gamma}$, $a_1 > 0$, кроме того, $f_m = B/r_{\min}^{\gamma}$, $r_{\min} = 1$, B — постоянная; наименьшего во времени значения числа аномальных кластеров n: $n_m = D n_0 e^{a_2 T_{\max}}$, $n_0 = B/r_{\min}^{\gamma}$, $a_2 < 0$, кроме того, $n_m = B/r_{\max}^{\gamma}$, $r_{\min}$ =1. Здесь G и D — нормирующие коэффициенты.

Отсюда следует, что оценки наибольшего времени цикла для элементов и кластеров в случае рангового распределения равны $T_1 = \ln(r_{\max})/(\alpha a_1)$, $T_2 = -\ln(r_{\max})/(\alpha a_2)$ (см. рис. 1).

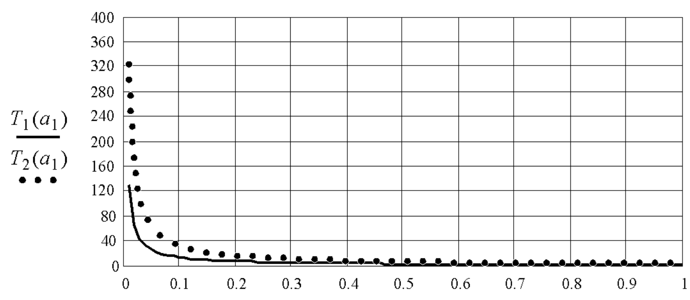

Рис. 1. Зависимость максимальных времен циклов элементов и кластеров от коэффициента автокатализа

Здесь T_1 и T_2 — наибольшие возможные значения времен цикла. Поэтому следует уточнить результаты, используя положения теории порядковых статистик. В соответствии с [2], распределение наибольших значений имеет вид $Fm(x) = \exp\{-((\delta - x)/\theta)^{\beta}\}$, $x \leqslant \delta$, $\theta > 0$, $\beta > 0$; распределение наименьших значений имеет вид $F(x) = 1 - \exp\{-((x - \delta)/\theta)^{\beta}\}$, $\delta \leqslant x \leqslant \infty$, $\theta > 0$, $\beta > 0$. Здесь β — параметр формы, θ — параметр масштаба, δ — параметр сдвига.

Таким образом, для трех неизвестных параметров β, θ, δ имеется четыре известных значения x (наибольшее и наименьшее время T_1 цикла элементов и аналогичные параметры для T_2-кластеров). Очевидно, что при этом легко совершить фиттинг (fitting), т. е. подобрать значения указанных параметров.

Затем широкий интервал времен циклов можно сузить, если изучить плотность распределения рангов вариационного ряда случайных величин $x = T$ с плотностью распределения $f(x)$ для заданного объема выборки n. Выражение для плотности распределения рангов имеет вид $g(x,p) = [n!/((j-1)!(n-j)!)]p^{j-1}(1-p)^{n-j} f(x)$, где p есть доля вариационного ряда времен циклов до появления j-й порядковой статистики.

На основе фиттинга при найденном с помощью фракталов значении наибольшего времени цикла находятся подходящие значения параметров закона распределения порядковых статистик β, θ, δ, т. е. находится математическое ожидание $m = \delta$, и, следовательно, вычисляется интервал возможных значений времени цикла. В данном варианте $m = \delta = 5$ и интервал T, судя по последнему графику рис. 2, равен $4,4 \div 5,6$. Прямая $k(x) = 1,178$ отсекает 10% максимума плотности $g_5(x)$, определяя тем самым интервал для времени цикла.

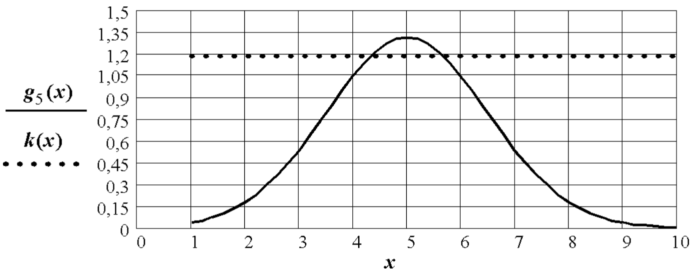

Рис. 2. Плотность распределения времени цикла при $T = 5$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Коханенко И. К.* Фрактальная топология и динамика экономических систем. — Экономика и матем. методы, 2007, т. 43, № 1.
2. *Гумбель Э.* Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965.