

О. А. Перегудова, Д. Ю. Моторина (Ульяновск, УлГУ). **Об управлении движением нелинейных механических систем с запаздывающей обратной связью на основе функции насыщения.**

В докладе рассматривается задача управления движением механической системы, описываемой уравнением

$$H(t, q)\ddot{q} + f(t, q, \dot{q}) = u(t - h(t)), \quad t \geq 0, \quad (1)$$

где $q \in \mathbf{R}^n$ — вектор обобщенных координат, $H(t, q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ — положительно-определенная матрица инерции с непрерывными ограниченными элементами, имеющая представление $H(t, q) = \hat{H}(t, q) + \Delta H(t, q)$, $\hat{H}(t, q)$ — известная положительно-определенная матрица, а матрица $\Delta H(t, q)$ неизвестна; $f(t, q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^n$ — вектор с непрерывными элементами, $u \in \mathbf{R}^n$ — вектор управляющих воздействий, $h(t)$ — ограниченная непрерывная функция запаздывания в управлении, $0 \leq h(t) \leq h_0 = \text{const} > 0$.

Решена задача об отслеживании нестационарной траектории $q_0(t)$ системы (1), состоящая в отыскании управления по принципу обратной связи $u(t - h(t))$, удовлетворяющего соотношению $|u| \leq u_0 = \text{const} > 0$, и ограничений на параметры системы (1), при которых для некоторого числа $\varepsilon > 0$ (ошибки слежения) найдутся такие число $\delta_0 = \delta_0(\varepsilon) > 0$ и момент времени $t_1 > 0$, что для любой начальной функции $\varphi(s)$, $-h_0 \leq s \leq 0$, удовлетворяющей условию

$$\max \left\{ \max_{-h_0 \leq s \leq 0} |\varphi(s) - q_0(s)|, \max_{-h_0 \leq s \leq 0} |\dot{\varphi}(s) - \dot{q}_0(s)| \right\} < \delta_0,$$

для решения $q(t)$ системы (1) с начальным условием $q(s) = \varphi(s)$, $-h_0 \leq s \leq 0$, будет справедливо неравенство $|q(t) - q_0(t)| < \varepsilon$ для всех $t \geq t_1$.

Управление u в системе (1) найдено в классе непрерывных функций

$$u(t, q, \dot{q}) = \hat{H}(t, q_0(t))K \text{ sat} [q(t - h(t)) - q_0(t - h(t)) + C(\dot{q}(t - h(t)) - \dot{q}_0(t - h(t)))], \quad (2)$$

где $K \in \mathbf{R}^{n \times n}$ — некоторая постоянная матрица, такая, что $\|\hat{H}(t, q_0(t))K\|1 \leq u_0$ для всех $t \geq t_0$ ($1 = (1, 1, \dots, 1) \in \mathbf{R}^n$, $|\cdot|$ — векторная норма в \mathbf{R}^n , $\|\cdot\|$ — матричная норма в $\mathbf{R}^{n \times n}$); $C \in \mathbf{R}^{n \times n}$ — невырожденная матрица, $\text{sat}(z) = (\text{sat}(z_1), \text{sat}(z_2), \dots, \text{sat}(z_n))^T$ — функция насыщения с большим углом наклона линии переключения

$$\text{sat}(z_i) = \begin{cases} \text{sign}(z_i), & \text{если } |z_i| \geq \gamma, \\ z_i/\gamma, & \text{если } |z_i| < \gamma, \end{cases} \quad \gamma = \text{const} > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

На основе функции Ляпунова и результатов работы [1] получены оценки максимального допустимого запаздывания и нормы неизвестной части матрицы инерции системы, при которых управление (2) решает поставленную задачу. Теоретические результаты применены в решении задачи слежения для колесных мобильных роботов с транспортным запаздыванием в цепи обратной связи. Проведен сравнительный анализ с результатами из [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации, грант МД-7549.2010.1 и РФФИ, проект № 08-01-00741.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Перегудова О. А. Метод сравнения в задачах устойчивости и управления движениями механических систем. Ульяновск: УлГУ, 2009, 253 с.
2. Черноушко Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006, 328 с.