Н. И. К о з ы р е в а (Самара, ПГУТИ). **Численный анализ характеристик сетевого узла типа $G|G|1$.**

Для определения характеристик узла мультисервисной сети, таких как среднее время ожидания в очереди и среднее время обслуживания пакета, а также средней длины очереди воспользуемся аппаратом теории массового обслуживания. Рассмотрим в качестве узла СМО типа $G|G|1$, где в качестве плотности распределения интервала времени между поступлениями пакетов будем использовать формулу (1), а в качестве плотности распределения времени обслуживания — формулу (2):

$$w(z) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left\{ -\frac{(1/z - m_x)^2}{2\sigma_x^2} \right\} \frac{1}{z^2}, \tag{1}$$

$$w(y) = \frac{\alpha k^\alpha}{(y)^{\alpha+}}, \qquad \alpha \succ y, \quad k \succ 0, \quad y \succ 0. \tag{2}$$

Для изучения системы $G|G|1$ воспользуемся методом, приведенным в [1]. Определим преобразование Лапласа для (1) и (2):

$$A(s) = \int_0^\infty \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left\{ -\frac{(1/z - m_x)^2}{2\sigma_x^2} \right\} \frac{1}{z^2} e^{-sz}\, dz, \tag{3}$$

$$B(s) = \int_0^\infty \frac{\alpha k^\alpha}{(x)^{\alpha+1}} e^{-sx}\, dx. \tag{4}$$

Из (3) и (4) видно, что нахождение аналитического выражения преобразования Лапласа от выбранных видов ПРВ является невозможным. Поэтому аналитическое выражение можно найти приближенно путем аппроксимации подынтегральной функции [2].

В качестве альтернативы можно использовать метод разложения подынтегральной функции в ряд Фурье по многочленам Чебышева–Эрмита вида $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} (e^{-x^2})^{(n)}$ [3]. Коэффициенты разложения в этом случае определяются формулой $c_n = (n!\, 2^n \sqrt{\pi})^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-t^2} H_n(t)\, dt$.

По сравнению с методом, предложенным в [2], данное разложение экспоненциальной функции приводит к более простому и точному вычислению преобразований Лапласа. Однако если анализировать систему $G|G|1$, где вместо (1) выступает функция распределения общего вида, то данный метод, так же, как и вышеупомянутый, может привести к значительным вычислительным затратам.

Исходя из вышеизложенного, целесообразной является разработка численного метода определения преобразования Лапласа для широкого набора плотностей распределений случайных величин. В качестве основы для решения задачи можно взять метод Гаусса–Кристоффеля [4], суть которого заключается в представлении интеграла в виде квадратурной формулы $\int_a^b w(x) f(x)\, dx \equiv \sum_{j=1}^n A_j f(x_j) + R$, где $w(x)$ — весовая функция, A_j — веса, x_j — узлы, n — степень полинома, используемого для интерполяции подынтегрального выражения, R — остаточный член аппроксимации. При выводе квадратурных формул Гаусса–Кристоффеля свободными параметрами считаются узлы точек интерполяции и множители A_j. Оптимизация по этим параметрам значительно увеличивает точность квадратурных формул.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979, 432 с.
2. *Меркулова И.А.* Исследование и разработка методов анализа трафика Интернет-провайдера. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Самара: 2007.

3. *Суетин П. К.* Классические ортогональные многочлены. М.: Физматлит, 2005, 480 с.
4. *Бахвалов Н. С.*, *Жидков Н. П.*, *Кобельков Г. М.* Численные методы. М.: Наука, 1975, 627 с.