Н. В. Грибкова (Санкт-Петербург, СПбГУ). **Асимптотическая аппроксимация типа разложения Эджворта распределений слегка усеченных сумм.**

Пусть $X_1, X_2, \ldots$ — последовательность независимых одинаково распределенных вещественнозначных случайных величин с функцией распределения (ф. р.) F, $X_{1:n} \leqslant \cdots \leqslant X_{n:n}$ — порядковые статистики, соответствующие первым n элементам последовательности.

Введем такие целочисленные последовательности k_n, m_n что $0 \leqslant k_n < n - m_n \leqslant n$, $k_n \wedge m_n \to \infty$, $n \to \infty$. Положим $\alpha_n = k_n/n$, $\beta_n = m_n/n$ и будем предполагать, что $\alpha_n \vee \beta_n \to 0$, $n \to \infty$. Определим ν-ю квантиль F: $\xi_\nu = F^{-1}(\nu) = \inf\{x\colon F(x) \geqslant \nu\}$, $0 < \nu < 1$, и пусть $W_i(n)$ обозначают X_i, уинсоризованные вне интервала $(\xi_{\alpha_n}, \xi_{1-\beta_n}]$, т. е. $W_i(n) = \xi_{\alpha_n} \vee (X_i \wedge \xi_{1-\beta_n})$.

Рассмотрим слегка усеченную сумму $T_n = (1/n)\sum_{i=k_n+1}^{n-m_n} X_{i:n}$. Определим $F_{T_n}(x) = \mathbf{P}\{\sigma^{-1}_{W_{(n)}} n^{1/2}(T_n - \mu_n) \leqslant x\}$ — ф. р. соответствующим образом нормированной T_n, где $\mu_n = \int_{\alpha_n}^{1-\beta_n} F^{-1}(s)\,ds$ и $\sigma^2_{W_{(n)}} = \mathrm{Var}\,(W_i(n))$. Предположим, что F^{-1} дифференцируема в области $U = ((0,\varepsilon) \cup (1-\varepsilon, 1))$ для некоторого $0 < \varepsilon \leqslant 1/2$. Пусть $\gamma_{3,W_{(n)}} = \mathbf{E}\,(W_i(n) - \mu_{W_{(n)}})^3$,

$$\delta_{2,W_{(n)}} = -\alpha_n^2 \frac{(\mu_{W_{(n)}} - \xi_{\alpha_n} r)^2}{f(\xi_{\alpha_n})} + \beta_n^2 \frac{(\mu_{W_{(n)}} - \xi_{1-\beta_n})^2}{f(\xi_{1-\beta_n})},$$

где $\mu_{W_{(n)}} = \mathbf{E}\,W_i(n)$ и f обозначает плотность F. Введем также $\lambda_{1_{(n)}} = \gamma_{3,W_{(n)}}/\sigma^3_{W_{(n)}}$, $\lambda_{2_{(n)}} = \delta_{2,W_{(n)}}/\sigma^3_{W_{(n)}}$, и для любого вещественного x определим функцию

$$G_n(x) = \Phi(x) - \frac{\phi(x)}{6\sqrt{n}}\left((\lambda_{1_{(n)}} + 3\lambda_{2_{(n)}})(x^2-1) + 6\sqrt{n}\frac{b_n}{\sigma_{W_{(n)}}}\right),$$

где Φ — стандартная нормальная ф. р., $\phi = \Phi'$, $b_n = (-\alpha_n(1-\alpha_n)/f(\xi_{\alpha_n}) + \beta_n(1-\beta_n)/f(\xi_{1-\beta_n}))/(2\sqrt{n})$, b_n — асимптотическое смещение [1].

Пусть RV_ρ^∞ — класс функций, регулярно меняющихся на бесконечности: $g \in RV_\rho^\infty \Leftrightarrow g(x) = |x|^\rho\, L(x)$ для $|x| > x_0$, где $x_0 > 0$, $\rho \in \mathbf{R}$, $L(x)$ — положительная медленно меняющаяся на бесконечности функция.

Предположим, что $\lim\sup_{n\to\infty} n^s/(k_n \wedge m_n) < \infty$ для некоторого $0 < s < 1$.

В работе, представленной данным докладом, среди других результатов мы доказываем следующее утверждение.

Теорема. *Предположим, что* $f \in RV_\rho^\infty$, *где* $\rho = -(1+\gamma)$, $0 < \gamma < 2$, *и что* $|f(x + \triangle x) - f(x)| = O\,(f(x)|\triangle x/x|)$, *если* $\triangle x = o\,(|x|)$, $|x| \to \infty$.

Тогда $|G_n(x) - \Phi(x)| \asymp (k_n \wedge m_n)^{-1/2}$, $n \to \infty$, *для любого* $x \in \mathbf{R}$. *Кроме того,*

$$\sup_{x\in\mathbf{R}} |F_{T_n}(x) - G_n(x)| = O\left(\frac{(\log k_n)^{5/4}}{k_n^{3/4}} + \frac{(\log m_n)^{5/4}}{m_n^{3/4}}\right), \quad n \to \infty.$$

Теорема означает справедливость разложения типа Эджворта для ф. р. нормированной слегка усеченной суммы в случае распределений F с тяжелыми хвостами ($\mathbf{E}\,X^2 = \infty$).

Доклад основан на результатах совместной работы с R. Helmers (CWI, Amsterdam, The Netherlands).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gribkova N. V.*, *Helmers R.* On the Edgeworth expansion and the M out of N bootstrap accuracy for a Studentized trimmed mean. — Math. Methods Statist., 2007, v. 16, p. 142–176.