В. Т. Д у б р о в и н (Казань, КГУ). **Многомерная теорема с большими уклонениями для теоретико-числовых эндоморфизмов.**

Пусть T — преобразование интервала $(0,1)$, определяемое выражением $Tt = \{\varphi(t)\}$, где $\varphi = f^{-1}$, $\{\cdot\}$ — обозначение дробной доли, f — функция, удовлетворяющая одному из условий a), b) и условию c). Условия таковы:

a) функция f определена и убывает на $[1,\infty)$, $f(1)=1$, f строго положительна, непрерывна и строго убывает на $[1,k)$ и $f=0$ на $[k,\infty)$, где k — либо натуральное число, либо ∞ (здесь имеется ввиду, что $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$); кроме того, $|f(x_2)-f(x_1)| \leqslant |x_2-x_1|$ и существует такое λ, $0<\lambda<1$, что $|f(x_2)-f(x_1)| \leqslant \lambda|x_2-x_1|$, если $1+f(2)<x_1<x_2$;

b) функция f определена и возрастает на $[0,\infty)$, $f(0)=0$, f непрерывна и строго возрастает на $[0,k)$ и $f=1$ на $[k,\infty)$, где k — либо натуральное число, либо ∞ (в этом случае $\lim_{x\to\infty} f(x)=1$); кроме того, $f(x_2)-f(x_1)<x_2-x_1$, если $1 \leqslant x_2 < x_1$;

c) $\operatorname{ess\,sup}_{0<x<1} f'_{E_n}(x) \leqslant D \leqslant \operatorname{ess\,inf}_{0<x<1} f'_{E_n}(x)$; здесь $E_n=(a_1,a_2,\dots,a_n)$, где $a_i=[\varphi(T^i x)]$, $[\cdot]$ — обозначение целой части, $f_{E_n}(x)=f(a_1+f(a_2+\dots+f(a_n+x)\cdots))$, а D — постоянная, не зависящая ни от E_n, ни от n.

Пусть M — множество точек интервала $(0,1)$, в которых определены все степени отображения T.

В работе [1] доказано, что если выполняются условия a), b) или b), c), то на интервале $(0,1)$ существует такая измеримая функция p, что $D^{-1} \leqslant p(x) \leqslant D$, $\int_0^1 p(x)\,dx = 1$ и T есть эргодический эндоморфизм пространства M с мерой $\mu(X)=\int_X p(x)\,dx$. Функция $p(x)$ единственна с точностью до множества меры 0.

Точки, в которых не определены все степени T, определяются равенствами $T^k t = 0$, $k=0,1,2,\dots$ Множество таких точек счетно, поэтому в метрических вопросах различием между M и интервалом $(0,1)$ можно пренебречь, что мы и будем делать.

Рассмотрим последовательность m-мерных векторов $\overline{g}(T^k t) = (g_1(T^k t), g_2(T^k t), \dots, g_m(T^k t))$, где $g_i(T^k t)$ $(i=1,\dots,m)$ — вещественные, заданные на $(0,1)$ и измеримые по мере Лебега функции. Предположим, что выполнены условия:

1) $\int_0^1 g_i(t)\,d\mu(t)=0$, $|g_i(t)| \leqslant C$, $i=1,2,\dots,n$, C — постоянная;

2) существуют такие постоянные $B>0$ и $\beta>0$, что

$$\left(\int_0^1 |g_i(t+h)-g_i(t)|^\nu\,dt\right)^{1/\nu} \leqslant B|h|^\beta, \qquad i=1,2,\dots,n,$$

для всех $\nu \geqslant 1$;

3) $\det R \neq 0$, где R — матрица с элементами

$$\beta_{ij} = \lim_{n\to\infty} \int_0^1 \frac{1}{n}\left(\sum_{k=0}^{n-1} g_i(T^k t)\right)\left(\sum_{k=0}^{n-1} g_j(T^k t)\right) d\nu(t).$$

Тогда будет иметь место следующая многомерная центральная предельная теорема с большими уклонениями.

Теорема. *Равномерно относительно* x,

$$0 \leqslant x \leqslant O\left(\frac{n^{1/8}}{\omega(n)\ln^{m/10+3} n}\right),$$

справедливо соотношение

$$\mu\left\{t\colon\ 0<t<1,\ \left\|\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{k=0}^{n-1}\overline{g}(T^k t)\right\| > x\right\}$$
$$= \frac{1}{2^{(m-2)/2}\Gamma(m/2)} \int_k^{+\infty} e^{-y^2/2} y^{m-1}\,dy \left(1+O\left(\frac{(x+1)\ln^{m/10+3} n}{n^{1/8}}\right)\right)$$

(здесь $\omega(n)$ *удовлетворяет условию* $\lim_{n\to\infty}\omega(n)=\infty$, $\Gamma(m/2)$ *— гамма-функция Эйлера).*

При доказательстве теоремы используется метод «последовательных приближений» (см. [2, 3]), а также многомерная центральная предельная теорема для теоретико-числовых эндоморфизмов (см. [4]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Renyi A.* Representations for real number and their ergodic properties. — Act. Math. Acad. Sci. Hungar, 1957, v. 8, p. 477–493.
2. *Дубровин В. Т., Москвин Д. А.* Центральная предельная теорема для сумм функций от последовательностей с перемешиванием. — Теория вероятн. и ее примен., 1979, т. XXIV, в. 4, с. 553–564.
3. *Дубровин В. Т., Москвин Д. А.* Вероятности больших уклонений сумм функций от последовательностей с перемешиванием. — Теория вероятн. и ее примен., 1979, т. XXIV, в. 4, с. 840–846.
4. *Дубровин В. Т.* Скорость сходимости в многомерной теореме для теоретико-числовых эндоморфизмов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 5, с. 797–798.