Г. А. З а к и р о в а (Челябинск, ЮУрГУ). **Приближенное восстановление потенциала в математических моделях с дробной степенью оператора Лапласа.**

Пусть $\Pi = \{x = (x_1, x_2, \ldots, x_N)\colon\ 0 \leqslant x_j \leqslant a_j,\ a_j > 0,\ j = 1, 2, \ldots, N\}$ — заданный n-мерный параллелепипед с объемом $V = \prod_{j=1}^{n} a_j$. В пространстве $L_2(\Pi)$ рассмотрим оператор Лапласа T_0, порожденный краевой задачей Дирихле

$$-\Delta v = \lambda v, \quad v|_{\partial\Pi} = 0. \tag{1}$$

Оператор T_0 — дискретный, самосопряженный, положительный, T — степень оператора T_0, $\{\lambda_m\} = \sigma(T)$.

Пусть далее P — оператор умножения на функцию $p \in L_2(\Pi)$, называемую *потенциалом*, вещественность p не предполагается. Поставим следующую задачу: для произвольной комплекснозначной последовательности $\{\xi_t\}_{t=1}^{\infty}$, близкой к спектру оператора T, доказать существование такого оператора P, что спектр $\sigma(T+P)$ возмущенного оператора совпадает в смысле средних с данной последовательностью. Подобные задачи играют фундаментальную роль в различных разделах математики и имеют множество приложений в естествознании. В настоящее время наиболее активно исследуются модели с целыми степенями операторов, в частности, с оператором Лапласа и би-Лапласа. Однако в последнее время в приложениях возникают математические модели именнно с дробными степенями оператора Лапласа.

Проведено качественное и численное исследование поставленной задачи в случае, когда оператор Лапласа имеет кратный спектр и степень $\beta \in \mathbf{R}_+$. Доказано существование решения данной задачи, предложен алгоритм, позволяющий восстанавливать возмущение, а также создана программа для реализации предложенного алгоритма.

Приведем пример, иллюстрирующий работу программы. Пусть T — степень оператора T_0 ($\beta = 5/2$), определенного краевой задачей Дирихле (1) на прямоугольнике Π со сторонами $a = 1$, $b = \sqrt[4]{3}$. Пусть далее, $\xi_{mn} = \lambda_{mn} + 0,0001$, $m, n \leqslant 3$. Доказано существование такого потенциала $p \in L_2(\Pi)$, что для любого $t \in \mathbf{N}$

$$\sum_{k=1}^{\nu_t} \xi_t^k = \sum_{k=1}^{\nu_t} \mu_t^k, \quad \{\mu_{mn}\} = \sigma(T+P).$$

Приближенный потенциал, восстановленный в предложенной программе по первым трем членам последовательности $\{\xi_{mn}\}$, имеет вид

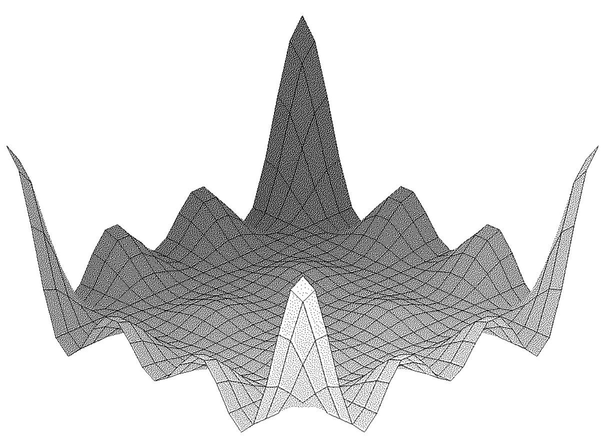

Рис. Приближенный потенциал, восстановленный программой