Е. Е. Дьяконова (Москва, МИАН). **О многомерном ветвящемся процессе, эволюционирующем в случайной среде.**

Пусть $Z(n) = (Z_1(n), Z_2(n), \dots, Z_k(n))$ $(n = 0, 1, \dots)$ — процесс Гальтона–Ватсона с k типами частиц в случайной среде $\zeta = \{\zeta_n,\ n = 0, 1, \dots\}$, которая задается последовательностью независимых одинаково распределенных случайных величин $\{\zeta_n,\ n = 0, 1, \dots\}$, определенных на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ и принимающих значения из подмножества Θ множества действительных чисел. Каждому значению $\theta \in \Theta$ поставлен в соответствие k-мерный вектор $F^{(\theta)}(s) = (F_1^{(\theta)}(s), F_2^{(\theta)}(s), \dots, F_k^{(\theta)}(s))'$, $s = (s_1, s_2, \dots, s_k)'$, $0 \leqslant s_i \leqslant 1$, $i = 1, 2, \dots, k$, многомерных вероятностных производящих функций $F_i^{(\theta)}(s)$, $i = 1, 2, \dots, k$. Процесс $Z(n)$, $n = 0, 1, \dots$, в случайной среде ζ описывает эволюцию популяции частиц $Z(n) = (Z_1(n), Z_2(n), \dots, Z_k(n))$, где $Z_i(n)$ $(i = 1, 2, \dots, k)$ — число частиц типа i в n-м поколении. А именно, предполагается, что если $\zeta_n = \theta$, $\theta \in \Theta$, то все $Z_i(n)$ частиц типа i, $i = 1, 2, \dots, k$, из n-го поколения размножаются согласно k-мерной производящей функции $F_i^{(\theta)}(s)$ независимо от других частиц из n-го, $n = 0, 1, \dots$, поколения.

Обозначим $M^{(\theta)} = |M^{(\theta)}(i,j)|_{i,j=1}^{k}$, $M^{(\theta)}(i,j) > 0$, матрицу средних значений, соответствующую $F^{(\theta)}(s)$. Пусть $\Theta = \Theta_0 \cup \Theta_1$, где $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \varnothing$, $\Theta_l \neq \varnothing$, $\mathbf{P}\{\theta \in \Theta_l\} > 0$, $l = 0, 1$, причем матрицы $M^{(\theta)}$, $\theta \in \Theta_l$, имеют вид $M^{(\theta)} = |u_i^{(\theta)} v_j^{(l)}|_{i,j=1}^{k}$, $v_j^{(l)} > 0$, $\sum_{j=1}^{k} v_j^{(l)} = 1$. Обозначим ϱ_0 перронов корень матрицы $M_0 = M^{(\zeta_0)}$. Пусть T_i $(i = 1, 2, \dots, k)$ — момент вырождения процесса $Z(n)$, $n = 0, 1, \dots$, начавшегося с одной частицы типа i.

В случае, когда для всех θ первые моменты распределений, соответствующих компонентам вектора $F^{(\theta)}(s)$, ограничены снизу положительной константой, а вторые моменты ограничены сверху, имеет место следующее утверждение.

Теорема. *Пусть для* $l = 0, 1$: $\mathbf{E}(\log \sum_{i=1}^{k} u_i^{(\zeta 0)} v_i^{(1-l)} | \zeta_0 \in \Theta_l) = 0$ *и* $\mathbf{E}(\log \rho_0 | \zeta_0 \in \Theta_l) = 0$. *Тогда при* $n \to \infty$

$$\mathbf{P}\{T_i > n\} \sim c_i \sqrt{n}$$

где $c_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, k$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 08-01-00078, и программы РАН «Математическая теория управления».