В. Н. Колодежнов (Воронеж, ВГТА). **Поступательное течение жидкости с реологической моделью комбинированного типа в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами.**

Рассмотрим задачу об установившемся одномерном ламинарном поступательном течении жидкости в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами, один из которых (внутренний радиуса R_1) движется вдоль своей оси с заданной скоростью v_1, а другой (внешний радиуса R_2) остается неподвижным. Такая задача хорошо известна для случая течения ньютоновской жидкости. Проведем обобщение этой задачи на случай неньютоновской жидкости комбинированного типа, когда реологическая модель определяется соотношением

$$\tau_{ij} = \begin{cases} 2\mu\varepsilon_{ij}, & 0 < -I_2 < I_{2,0}, \\ \dfrac{2\mu}{n}\left[\left(-\dfrac{I_2}{I_{2,0}}\right)^{(n-1)/2} + (n-1)\left(-\dfrac{I_{2,0}}{I_2}\right)^{1/2}\right]\varepsilon_{ij}, & -I_2 > I_{2,0}, \end{cases} \tag{1}$$

где τ_{ij}, ε_{ij} — компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций соответственно, μ — ньютоновская динамическая вязкость, n — эмпирическая константа модели.

В (1) параметр $I_{2,0} > 0$ представляет собой пороговое значение второго инварианта $I_2 < 0$ тензора скоростей деформаций, ниже уровня которого ($|I_2| < I_{2,0}$) реализуется ньютоновская реологическая модель с постоянным значением вязкости. Если же выполняется условие $|I_2| > I_{2.0}$, то жидкость демонстрирует неньютоновское поведение. При этом $I_{2,0}$ следует рассматривать как самостоятельную дополнительную константу реологической модели.

То обстоятельство, что реологическая модель (1) на различных диапазонах изменения I_2 имеет различный вид, предполагает, что область течения в виде кольцевого зазора между цилиндрами должна быть разбита на две зоны. Априори будем считать, что граница раздела таких зон течения представляет собой цилиндрическую поверхность неизвестного заранее радиуса R_μ, который удовлетворяет условию $R_1 < R_\mu < R_2$.

В ходе рассмотрения такой задачи было показано, что она имеет точное решение и в цилиндрической системе координат распределение скорости жидкости с реологической моделью (1) может быть записано в виде

$$u'(r') = \begin{cases} \dfrac{R'_\mu \,\mathrm{La}}{2(R'_2-1)} \ln \dfrac{R'_2}{r'}, & R'_\mu \leqslant r' \leqslant R'_2, \\ 1 - \dfrac{\mathrm{La}}{2(R'_2-1)} \displaystyle\int_1^{r'} \left\{1 - n + \dfrac{nR'_\mu}{r'}\right\}^{1/n} dr', & 1 \leqslant r' \leqslant R'_\mu, \end{cases}$$

$$u' = \frac{u}{V_1}, \quad r' = \frac{r}{R_1}, \quad R'_2 = \frac{R_2}{R_1}, \quad R'_\mu = \frac{R_\mu}{R_1}, \quad \mathrm{La} = \frac{4(R_2-R_1)\sqrt{I_{2,0}}}{V_1},$$

где u — продольная (вдоль оси коаксиальных цилиндров) составляющая скорости жидкости, представляющая собой функцию радиальной координаты r, La — критерий подобия Лагранжа. Здесь и далее верхним штрихом отмечены безразмерные величины.

Принимая во внимание условие сопряжения профилей скорости на границе раздела зон течения, было получено следующее уравнение для нахождения безразмерного радиуса R_μ:

$$\int_1^{R'_\mu} \left\{1 - n + \frac{nR'_\mu}{r'}\right\}^{1/n} dr' = \frac{2(R'_2-1)}{\mathrm{La}} - R'_\mu \ln \frac{R'_2}{R'_\mu}.$$

Решение этого уравнения относительно R_μ при фиксированных значениях n, R_2' и La проводили численно, что в итоге позволило провести анализ влияния основных параметров системы на распределение скорости в зазоре между цилиндрами.