**Н. В. И г н а т ь е в а** (Чита, ЧитГУ). **О решении первой краевой задачи в криволинейных областях с сильно проницаемой трещиной в виде отрезка.**

Рассмотрим в полосе $D = D_1(\xi < 0,\ 0 < \eta < l) \cup D_2(\xi > 0,\ 0 < \eta < l)$ плоскости $\zeta = \xi + i\eta$ для потенциалов $u_j(\xi, \eta)$ в $D_j$ краевую задачу

$$\begin{aligned} &\partial_\xi^2 u_j + \partial_\eta^2 u_j = 0, \quad u_1|_{\eta=l} = 0, \quad u_2|_{\eta=l} = f(\xi), \\ &u_2(\xi,0) = u_1(-\xi,0), \quad k_2\partial_\eta u_2(\xi,0) + k_1\partial_\eta u_1(-\xi,0) = 0, \\ &\xi = 0: \qquad u_2 = u_1, \quad k_2\partial_\xi u_2 - k_1\partial_\xi u_1 = A\partial_\xi^2 u_1, \end{aligned} \tag{1}$$

где $k_j$ — проницаемость зоны $D_j$. Область $D$ функциями $z = \cos(i\zeta)$ и $z = \zeta^2$ конформно отображается на области $G$ основной плоскости $z = x + iy$, ограниченные соответственно гиперболой (при $x_0 = 1$, $a = \cos l$) и параболой (при $x_0 = 0$, $a = -l$) и содержащие трещину с параметром $A$ в виде отрезка $a < x < x_0$, $y = 0$. Представляя решение задачи (1) в виде (см. [1])

$$u_1 = \frac{2k_2}{A}\int_0^\infty e^{-\gamma t}\varphi(\xi - t, \eta)dt,$$

$$u_2 = \varphi(\xi,\eta) - \varphi(-\xi,\eta) + \frac{2k_2}{A}\int_0^\infty e^{-\gamma t}\varphi(-\xi - t, \eta)dt, \qquad \gamma = \frac{k_1 + k_2}{A},$$

для функции $\varphi(\xi, \eta)$ получим задачу

$$\Delta\varphi = 0, \quad \varphi|_{\eta=l} = \begin{cases} 0, & \xi < 0, \\ f(\xi), & \xi > 0, \end{cases}$$

$$\varphi(\xi,0) = \varphi(-\xi,0), \quad \partial_\eta\varphi(\xi,0) = \partial_\eta\varphi(-\xi,0) - 2\gamma\int_0^\infty e^{-\gamma t}\partial_\eta\varphi(-\xi - t, 0)\,dt, \tag{2}$$

решение которой имеет вид $\varphi(\xi,\eta) = F(\xi,\eta) + \int_0^\infty a_j\sigma_j \mathrm{sh}\lambda(\eta - l)d\lambda$, где по повторяющимся индексам $j = 1, 2$ суммируем, $\sigma_1 = \sin\lambda\xi$, $\sigma_2 = \cos\lambda\xi$, $F(\xi,\eta)$ — решение задачи Дирихле в полуплоскости $\eta < l$: $\Delta F = 0$, $F|_{\eta=l} = 0$ при $\xi < 0$ и $F|_{\eta=l} = f(\xi)$ при $\xi > 0$. Функция $F(\xi,\eta)$ строится по формуле Пуассона и считается известной функцией. Представляя функцию $F$ в виде интеграла Фурье $F(\xi,\eta) = \int_0^\infty e^{\lambda(\eta - l)}f_j\sigma_j d\lambda$, где $f_j$ — коэффициенты Фурье функции $F(\xi, l)$, из условий (2) находим $a_2 = e^{-\lambda l}[f_1\lambda\gamma^{-1}(c_1^{-1} + c_2^{-1}) - f_2 c_1^{-1}]$, $a_1 = e^{-\lambda l}f_1 c_2^{-1}$, где $c_1 = \mathrm{ch}\lambda l$, $c_2 = \mathrm{sh}\lambda l$. Отсюда с учетом $c_j^{-1} = 2\sum_{n=0}^\infty(-1)^{jn}e^{-\lambda l(2n+1)}$ методом работы [1] приведем функцию $\varphi$ к виду (без квадратур)

$$\varphi(\xi,\eta) = F(\xi,\eta) + \sum_{n=0}^\infty\{(-1)^{n+1}[F((-1)^{n+1}\xi,\eta_1) - F((-1)^{n+1}\xi,\eta_2)]$$

$$+\delta_n\gamma^{-1}[p(\xi,\eta_1) - p(\xi,\eta_2)]\},$$

где $\delta_n = (1/2)[1 + (-1)^n]$, $p(\xi,\eta) = \partial_\xi[F(\xi,\eta) - F(-\xi,\eta)]$, $\eta_1 = \eta - 2l(n+1)$, $\eta_2 = -\eta - 2nl$.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Холодовский С. Е.* Метод свертывания разложений Фурье. Случай обобщенных условий сопряжения типа трещины (завесы) в кусочно-неоднородных средах. — Дифференциальные уравнения, 2009, т. 45, № 6, с. 855–859.