В. С. Глущенков, Г. Ю. Ермоленко, И. С. Макарова (Самара, СамГУПС). **Решение краевой задачи Дирихле для уравнения теплопроводности.**

Рассматривается задача Дирихле для уравнения теплопроводности однородного изотропного тела объема V, ограниченного поверхностью S:

$$\left(\Delta - \frac{1}{\chi}\frac{\partial}{\partial t}\right)\Theta(\overline{r},t) = -\frac{1}{\chi}Q(\overline{r},t), \quad \Theta(\overline{r},0) = \Theta_0(\overline{r}), \quad \Theta(\overline{r},t)|_{\overline{r}\in S} = \Theta_S(\overline{r},t).$$

Здесь Δ — оператор Лапласа, $\Theta = T - T_0$, T_0 и T — начальная и текущая температура тела, $\chi = K/\delta$ — коэффициент температуропроводности, K — коэффициент теплопроводности, δ — удельная теплоемкость единицы объема, $Q(\overline{r},t) = q(\overline{r},t)/\delta$, $q(\overline{r},t)$ — количество тепла, производимое в единице объема за единицу времени, $\overline{r} = \overline{r}(x_1, x_2, x_3)$.

Методом опорных функций [1] получено решение исходной задачи в виде

$$\Theta(\overline{r},t) = \frac{1}{(2\pi)^4 i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{pt}\left[\int_{\mathbf{R}^3} \frac{F^*(\overline{k},p) + \varphi^S(\overline{k},p)}{F^*_{on}(\overline{k},p) + \varphi^S_{on}(\overline{k},p)}\widetilde{\Theta}^*_{on}(\overline{k},p)e^{i\,\overline{k}\,\overline{r}}\,d\overline{k}\right]dp.$$

Здесь $\Theta_{on}(\overline{r},t)$ — произвольная функция, дважды непрерывно дифференцируемая по координатам и имеющая непрерывную производную по времени,

$$\Theta^0_{on}(\overline{r}) = \Theta_{on}(\overline{r},0), \quad \Phi(\overline{r},t) = -\chi\left(\Delta - \frac{1}{\chi}\frac{\partial}{\partial t}\right)\Theta_{on}(\overline{r},t), \quad F_{on}(\overline{r},p) = \Theta^0_{on}(\overline{r}) + \widetilde{\Phi}(\overline{r},p),$$

$$F(\overline{r},p) = \Theta_0(\overline{r}) + \widetilde{Q}(\overline{r},p), \quad \varphi^S(\overline{k},p) = i\chi\int_S \widetilde{\Theta}_S(\overline{r},p)e^{-i\,\overline{k}\,\overline{r}}\sum_{j=1}^{3}(k_j\,n_j)\,dS(\overline{r}),$$

$$\varphi^S_{on}(\overline{k},p) = i\chi\int_S \widetilde{\Theta}^S_{on}(\overline{r},p)e^{-i\,\overline{k}\,\overline{r}}\sum_{j=1}^{3}(k_j\,n_j)\,dS(\overline{r}), \quad \Theta^S_{on}(\overline{r},t) = \Theta_{on}(\overline{r},t)|_{\overline{r}\in S},$$

волной и звездочкой обозначены соответственно трансформанты Лапласа и Фурье, $\overline{k} = (k_1, k_2, k_3)$ — векторный параметр преобразования Фурье, p — параметр преобразования Лапласа, $n_j = n_j(\overline{r})$ — компоненты вектора нормали к поверхности в точке $\overline{r} \in S$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Глущенков В. С.*, *Ермоленко Г. Ю.*, *Макарова И. С.* Функции Грина задач Дирихле и Неймана для эллиптического равнения. — Вестник Самарского государственного университета путей сообщения, 2009, т. 2, в. 6 (18), с. 143–145.