

А. В. Колодзей (Москва, ВЦ РАН). **Критерии согласия для случайных комбинаторных объектов.**

Рассматриваются комбинаторные объекты, которые обладают свойством разложимости на компоненты, причем вес объекта равен сумме весов компонент. Например, для графов компоненты — компоненты связности, вес — число вершин; для многочленов над конечным полем компоненты — неприводимые сомножители канонического разложения, вес — степень многочлена и т. п.

Пусть K_n — множество разложимых объектов веса n , $c_i(k)$ — число компонент веса i в объекте k из K_n . Тогда $c_1(k) + 2c_2(k) + \dots + nc_n(k) = n$, и для любого n вектор

$$\mathbf{C} \equiv \left(\frac{c_1(k)}{n}, \frac{c_2(k)}{n}, \dots, \frac{c_n(k)}{n}, 0, 0, \dots \right) \in \Omega,$$

где Ω — бесконечномерный симплекс таких векторов $(x_1, x_2, \dots)$ с неотрицательными координатами, что $\sum_{i=0}^{\infty} ix_i = 1$. Пусть на множестве K_n задано такое вероятностное распределение $P(\lambda)$, что совместное распределение числа компонент $c_1(k), c_2(k), \dots, c_n(k)$ с тем или иным весом представимо как совместное распределение независимых пуассоновских случайных величин $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ с параметрами $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ соответственно при условии $\xi_1 + 2\xi_2 + \dots + n\xi_n = n$. Указанные распределения рассматриваются, например, в [1].

Для $x, y \in \Omega$ обозначим $J(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} x_i \ln(x_i/y_i)$ — информационное расстояние Кульбака–Лейблера [2], $J(A, y) = \inf_{x \in A} J(x, y)$, $H(x) = -\sum_{i=0}^{\infty} x_i \ln x_i$ — энтропия, $\rho(x, y) = \sup_i |\ln(x_i/y_i)|$.

Утверждение.

1. Функция $\rho(x, y)$ — неевклидова метрика на множестве Ω , допускающая бесконечные значения.

2. Для любых $x, y \in \Omega$ справедливо неравенство $|H(x) - H(y)| \leq (e^{\rho(x, y)} - 1)|U(x) + H(y)|$.

Теорема. Пусть функция $\varphi(x)$ непрерывна в метрике $\rho(x, y)$ на множестве Ω . Тогда при $n \rightarrow \infty$ для любой последовательности $a_n \rightarrow \alpha$

$$-\frac{1}{n} \ln \mathbf{P} \{ \varphi(\mathbf{C}) \geq a_n \} \rightarrow J(\{x \in \Omega, \varphi(x) \geq \alpha\}, \lambda e) - J(\Omega, \lambda e),$$

где $\lambda e = (e\lambda_1, e\lambda_2, \dots, e\lambda_n, 0, 0, \dots)$.

Следствие. Критерий согласия для распределения $P(\lambda)$ на основе функции $\varphi(x) = J(x, \lambda e)$ наиболее эффективен по Бахадуру в классе критериев с критической областью вида $\varphi(\mathbf{C}) \geq a_n$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Случайные комбинаторные объекты. — Доклады Академии наук, 2004, т. 396, № 2, с. 151–154.
2. Кульбак С. Теория информации и статистика. М.: Наука, 1967, 408 с.