О. И. Бжеумихова, **В. Н. Лесев** (Нальчик, КБГУ). **О разрешимости второй краевой задачи для уравнения с отклоняющимся аргументом в прямоугольной области.**

Современные технологии, основанные на математическом моделировании с одной стороны, и успехи фундаментальной науки с другой, приводят к необходимости постановки и исследования новых краевых задач для различных классов дифференциальных уравнений. Один из таких классов образуют дифференциальные уравнения с отклоняющимся аргументом.

Основополагающие результаты в теории этих уравнений были получены в середине прошлого столетия Р. Беллманом [1], В. И. Зубовым [2], С. Б. Норкиным [3], Л. Э. Эльсгольцем [4]. Но, несмотря на успехи, достигнутые в последнее время, возникают новые потребности (продиктованные, в первую очередь, современными производственными технологиями [5]–[7]) в проведении исследований, еще в большей степени приближенных к процессам, протекающим на практике, т. е. в изучении многомерных случаев, и как следствие — уравнений с частными производными[8].

В работе, представленной данным докладом, в области $\Omega=\{(x,t)|-x_0<x<x_0,\ 0<t<t_0\}$ евклидовой плоскости $\mathbf{R}^2$ точек (x,t) для уравнения

$$Lu\equiv u_{xx}(x,t)+k(t)u_{tt}(x,t)+u(-x,t)=0, \tag{1}$$

где $k(t)\in C^1[0,t_0]$ — заданная знакопостоянная функция, исследована следующая задача (задача A): найти регулярное решение $u(x,t)$ уравнения (1) при $k(t)\neq 0$ из класса $C^1(\overline{\Omega})\cup C^{4,2}_{x,t}(\Omega)$, удовлетворяющее условиям

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=-x_0}=\varphi_1(t),\quad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=x_0}=\varphi_2(t),\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\varphi_3(x),\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=t_0}=\varphi_4(x), \tag{2}$$

где φ_i $(i=1,2,3,4)$ — заданные достаточно гладкие функции.

В результате применения метода Фурье, т. е. поиска решения в виде

$$u_i=X_i(x)T_i(t),\qquad i=1,2, \tag{3}$$

вопрос разрешимости задачи (1), (2) был эквивалентно редуцирован к разрешимости задачи Штурма–Лиувилля относительно функции $X(x)$:

$$X''(x)+X(-x)+\lambda X(x)=0,\quad X'(-x_0)=X'(x_0)=0. \tag{4}$$

После определения функций $X(x)$ и $T(t)$ как решение задачи $k(t)T''(t)-\lambda T(t)=0$, $T'(0)=T'(t_0)=0$, где λ — собственные значения задачи (4), решение задачи A находится в виде

$$\begin{aligned} u=&\sum_{n=1}^{\infty}(A_n\operatorname{ch}\alpha(n,t)+B_n\operatorname{sh}\alpha(n,t))\cos\frac{\pi n}{x_0}x\\ &+\sum_{n=1}^{\infty}\Big(E_n\operatorname{sh}\sqrt{\beta(n)+1}x+F_n\operatorname{ch}\sqrt{\beta(n)-1}x\Big)\sin\sqrt{\frac{k(t_0)}{k(t)}}\frac{\pi n}{t_0}t,\end{aligned}$$

где $\alpha(n,t)=\sqrt{(\pi n)^2-x_0^2}t/(x_0\sqrt{k(t)})$, $\beta(n)=k(t_0)(\pi n/x_0)^2$, коэффициенты A_n, B_n, E_n, F_n определяются через заданные функции φ_i $(i=1,2,3,4)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Беллман Р.* Динамическое программирование. М.: ИЛ, 1960, 400 с.
2. *Зубов В. И.* К теории линейных стационарных систем с запаздывающим аргументом. — Изв. ВУЗов, сер. матем., 1958, № 6, с. 86–95.
3. *Норкин С. Б.* Дифференциальные уравнения второго порядка с запаздывающим аргументом. М.: Наука, 1965, 356 с.
4. *Эльсгольц Л. Э.* Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М.: Наука, 1964, 128 с.
5. *Baker C. T. H.*, *Paul C. A. H.*, *Wille D. R.* A bibliography on the numerical solution of delay differential equetions. — Numarical Analysis Report № 269, Mathematics Department, University of Manchester, UK, 1995, № 128, p. 15–47.
6. *Самойленко А. М.* Об одной задаче системы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. — Изв. РАЕН. Сер. дифф. уравнения, 2001, № 5, с. 165–171.
7. *Теняев В. В.* Об одной задаче исследования глобальных решений линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. — Укр. матем. ж., 2003, т. 55, № 5, с. 631–640.
8. *Лесев В. Н.*, *Курданов Х. Ю.* О краевых задачах для уравнений основных типов второго порядка с отклоняющимся аргументом. — В сб.: Материалы XIII Международной научной конференции им. акад. М. Кравчука. 2010, т. 1, с. 250.