Ю. А. С а м о х и н (Нижний Новгород, НГТУ). **Асимптотическое интегрирование одной системы дифференциальных уравнений с колебательно убывающими коэффициентами и случайной частотой возмущения.**

Рассматривается уравнение

$$\dot{x} = [A + \varepsilon B(\omega(\varepsilon, t)t) + \varepsilon t^{-1} D(\omega t)]x, \tag{1}$$

где $0 < \varepsilon < 1$, $B(\omega(\varepsilon,t)t) = \sum_l B_l e^{i\omega_l(\varepsilon,t)t}$, B_l — заданные матричные коэффициенты, $x(t) = \operatorname{col}(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$ — вектор состояния системы (1), $x(t_0) = x_0$ $(t > 0)$, $A = \operatorname{idiag}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$, $\operatorname{Im}\lambda_k = 0$ для всех $k = 1, 2, \ldots, n$, $t \in [t_0, \infty)$.

Случайный процесс $D(\omega t) \equiv (d_{ij}(t))$ обладает следующими свойствами. 1) Существует такая $c < \infty$, что $|d_{ij}(t)| \leqslant c$ для любого $t \geqslant t_0$. 2) Почти каждая реализация процесса $D(\omega t)$ — интегрируемая по Лебегу функция. 3) Математическое ожидание процесса $D(\omega, t)$ имеет вид $\overline{D(\omega t)} = \sum_{l \in L} D_l e^{i(\omega,l)t}$. Здесь $D_l = \mathrm{const}$ для любого l, L — конечное множество m-мерных целочисленных векторов, $(\omega, l) = \sum_{s=1}^m \omega_s l_s$, ω — вектор частот параметрического возмущения. 4) Существует такое $T > 0$, что $\overline{D(\omega t_1) D(\omega, t_2)} = \overline{D(\omega t_1)}\,\overline{D(\omega, t_2)}$ при $|t_1 - t_2| \geqslant T$. Введем вектор $X(t) = \operatorname{col}(x_1(t)x_1^*(t), \ldots, x_1(t)x_n^*(t), x_2(t)x_1^*(t), \ldots, x_2(t)x_n^*(t), \ldots, x_n(t)x_1^*(t), \ldots, x_n(t)x_n^*(t))$.

Теорема. *Пусть для системы* (1) *выполнены сформулированные выше условия. Тогда для моментов второго порядка вектора* $X(t)$ *получаем обыкновенное дифференциальное уравнение с полиномиальными и колебательно убывающими коэффициентами*

$$d\overline{X(t)}/dt = \left[\widetilde{A} + \varepsilon B(t) + \varepsilon t^{-1} \overline{D(t)}\right] \overline{X(t)}, \tag{2}$$

где спектр матрицы $\widetilde{A}$ *простой и состоит из чисел* $i(\lambda_r - \lambda_s)$, $r, s = 1, 2, \ldots, n$ [1], $B(t) = \sum_l B_l^1 e^{i\omega_l(\varepsilon,t)t}$, $\overline{D(t)} = \sum_l D_l^1 e^{i(\omega,l)t}$, *причем* B_l^1 *и* D_l^1 *— вполне определенные матричные коэффициенты* [3].

Систему (2) ляпуновскими заменами [1, 2] приводим к виду

$$\dot{W} = \varepsilon D_1 + \varepsilon\biggl(\sum_l \widetilde{Q}_l B_l^1\biggr) W + \varepsilon t^{-1} e^{\varepsilon D_2}\biggl(\sum_l \widehat{Q}_l D_l^1\biggr) e^{-\varepsilon D_2} W + o(\varepsilon^2) W. \tag{3}$$

Здесь D_1 и D_2 — подходящим образом выбранные диагональные матрицы. В ряде случаев [1] в зависимости от свойств операторов $\widetilde{Q}_l$ и $\widehat{Q}_l$ можно сделать некоторые суждения об устойчивости (неустойчивости) решения уравнения (3) и, следовательно, (в среднеквадратичном смысле) и решения исходного уравнения (1) [1, 3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Самохин Ю. А.* Об асимптотическом интегрировании одного дифференциального уравнения с колебательно убывающими коэффициентами и случайной частотой возмущения. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 2, с. 240–241.
2. *Фомин В. Н.* Математическая теория параметрического резонанса в линейных распределенных системах. Л: Изд-во Ленинградского ун-та, 1972.
3. *Макаров А. П., Самохин Ю. А., Фомин В. Н.* Исследование устойчивости параметрически возмущенных линейных стохастических систем с убывающими коэффициентами. — Межвузовский сб.: Проблемы современной теории периодических движений. Ижевск: 1984, с. 17–22.