А. А. З у б к о в, Е. В. Х и л ь (Москва, МИАН, МГУ). **Марковские зависимости в последовательности локальных максимумов.**

Пусть $\{\xi_n, n \in \mathbf{Z}\}$ — стационарная последовательность случайных величин (с.в.), для которой $\mathbf{P}\{\xi_1 = \xi_2\} = 0$, и $\{\tau_j,\ j \in \mathbf{Z}\}$ — моменты появления локальных максимумов в этой последовательности, т. е. τ_j — такие числа, что $\xi_{\tau_j - 1} < \xi_{\tau_j} > \xi_{\tau_j + 1}$. Обозначим λ_j расстояния $\tau_j - \tau_{j-1}$ между соседними локальными максимумами.

Для случая, когда с. в. ξ_n независимы, распределения λ_j изучались в [1,2]. Дополнительная информация о структуре последовательности локальных максимумов содержится в следующем утверждении.

Теорема 1. *Если с. в. $\xi_n, n\in\mathbf{Z}$, независимы и имеют одно и то же непрерывное распределение, то последовательность пар $(\lambda_j, \xi_{\tau_j})$ образует цепь Маркова.*

Если при этом с. в. ξ_n имеют равномерное распределение на отрезке $[0,1]$, то переходная плотность цепи $(\lambda_j, \xi_{\tau_j})$ имеет вид

$$p_{(\lambda_j, \xi_{\tau_j}), (\lambda_{j+1}, \xi_{\tau_{j+1}})}((m,x),(k,y)) = \frac{y\left((y+x)^{k-1} - |y-x|^{k-1}\right)}{2\,(k-1)!\,x}, \qquad x,\, y \in [0,\, 1], \quad k \geqq 2.$$

Условная плотность совместного распределения вектора $(\xi_{\tau_j - 1}, \xi_{\tau_j})$ и условные математические ожидания меньшего и большего граничных пиков при условии, что $\lambda_j = k$, имеют вид

$$p_{k, \xi_{\tau_{j-1}}, \xi_{\tau_j}}(x,y) = \frac{k(k+1)(k+3)}{(k-1)\,2^{k+1}}\, xy\Big((y+x)^{k-1} - |y-x|^{k-1}\Big), \qquad x, y \in [0,\, 1],$$

$$\mathbf{M}\left(\min\{\xi_{\tau_{j-1}}, \xi_{\tau_j}\} \,\Big|\, \lambda_j = k\right) = 1 - \frac{3k^2 + 3k - 14 + (k-3)\,2^{-(k-2)}}{(k+4)(k+2)(k-1)} \sim 1 - \frac{3}{k}, \quad k \to \infty,$$

$$\mathbf{M}\left(\max\{\xi_{\tau_{j-1}}, \xi_{\tau_j}\} \,\Big|\, \lambda_j = k\right) = 1 - \frac{1}{k+4} \sim 1 - \frac{1}{k}, \quad k \to \infty.$$

Результаты работ [1,2] легко обобщаются на случай, когда $\{\xi_n, n \in \mathbf{Z}\}$ — последовательность перестановочных с. в. и $\mathbf{P}\{\xi_1 = \xi_2\} = 0$: при этих условиях последовательность $\{\tau_j,\ j \in \mathbf{Z}\}$ имеет такое же распределение, как для последовательности $\{\xi_n, n \in \mathbf{Z}\}$ независимых с. в., имеющих равномерное распределение на отрезке $[0,\, 1]$.

Теорема 2. *Если с. в. $\{\xi_n, n \in \mathbf{Z}\}$ перестановочны и $\mathbf{P}\{\xi_1 = \xi_2\} = 0$, то последовательность пар $(\lambda_j, \xi_{\tau_j})$ представляет собой смесь цепей Маркова, при этом распределения λ-компонент одинаковы по смеси.*

В [1] явная формула для совместного распределения длин λ_1, λ_2 двух соседних промежутков между локальными максимумами была получена в виде двойной суммы довольно сложных выражений. Другой способ рассуждений, использующий найденное в теореме 1 условное распределение, позволил представить это же совместное распределение в конечном виде.

Теорема 3. *Если с. в. $\{\xi_n, n \in \mathbf{Z}\}$ перестановочны и $\mathbf{P}\{\xi_1 = \xi_2\} = 0$, то при любых целых $k, m \geqq 2$*

$$\begin{aligned}&\mathbf{P}\{\lambda_1 = k, \lambda_2 = m\} = \mathbf{P}\{\lambda_1 = m, \lambda_2 = k\}\\ &= \frac{3 \cdot 2^{k+m-1}\left[(km(k+m+1) + 1 - k^2 - m^2)C_{k+m}^{m} - (k+m-1)(k+1)(m+1)\right]}{(m+1)(k+1)(k+m+3)(k+m+1)!}.\end{aligned}$$

Работа поддержана РФФИ, проект № 11-01-00139.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuketayev A.* Probability distribution of distances between local extrema of random number series. — http://arxiv.org/abs/math/0611130v6, 2007.
2. *Зубков А. М., Харитонова Н. А., Хиль Е. В.* Формулы для распределений расстояний между соседними локальными максимумами. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 4, с. 658–659.