

**А. В. Т р е г у б** (Москва, МГУЛ). **Использование ARMA моделей для анализа поведения временных рядов.**

При обработке информации о поведении финансовых временных рядов следует учитывать их возможную нестационарность. На практике многие временные ряды могут быть приведены к стационарным рядам посредством операций выделения тренда, сезонной компоненты или взятия конечных разностей, логарифмирования ряда, расчета темпов роста и т. д.

Пусть, к примеру, временной ряд  $y_t$  после применения к нему  $d$  раз оператора последовательной разности станет стационарным рядом  $\Delta^d y_t$ , удовлетворяющим ARMA( $p, q$ ) модели (Auto Regression and Moving Average), имеющей вид

$$\xi_t = \varphi_0 + \varphi_1 \xi_{t-1} + \varphi_2 \xi_{t-2} + \dots + \varphi_p \xi_{t-p} + \varepsilon_t - \omega_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \omega_q \varepsilon_{t-q},$$

где  $\xi_t$  — значение временного ряда в момент времени  $t$ ,  $\varphi_0, \varphi_i, \omega_j, i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, q$  — оцениваемые коэффициенты,  $\varepsilon_{t-i}$  — значение остатков в момент времени  $t$ . Тогда для построения описывающей изучаемый процесс модели можно применить методологию Бокса–Дженкинса, которую составляют следующие этапы.

*Идентификация модели.*

- Получение из изучаемого ряда стационарного. При тестировании ряда на стационарность используется визуальный анализ его графика, анализ автокорреляционных (ACF) и частных автокорреляционных (PACF) функций, тесты на единичные корни. Если выясняется, что ряд стационарен, то осуществляется переход к следующему шагу. В противном случае применяется оператор взятия последовательной разности. Как правило, эта операция осуществляется не более двух раз.

- После получения стационарного ряда анализируются его выборочные ACF и PACF. Следует отметить, что применение формальных критериев может привести к тому, что не одна, а несколько моделей могут соответствовать структуре выборочных ACF и PACF. Рекомендуется использовать те модели, у которых  $p + q \leq 3$  (в случае отсутствия сезонной компоненты).

- Более определенные выводы при выборе модели на первом этапе можно получить, применяя, например, информационные критерии отбора моделей. К числу таких критериев относятся критерии Акайке и Шварца. Так, согласно критерию Шварца, предлагается выбирать ту модель, которая минимизирует выражение  $SIC = \ln \hat{\sigma}_k^2 + (k \ln n)/n$ , где  $n$  — число наблюдений, а  $\hat{\sigma}_k^2$  — оценка дисперсий остатков  $\varepsilon_t$  в AR модели  $k$ -го порядка.

*Оценивание и проверка адекватности модели.*

- Для каждой из выбранных на первом этапе моделей оцениваются параметры и вычисляются остатки. На этом этапе обычно используется метод максимального правдоподобия, который, в конечном счете, сводится к методу наименьших квадратов.

- После выбора типа модели и оценки ее коэффициентов проводится проверка адекватности модели, т. е. того, насколько хорошо она соответствует изучаемому временному ряду. Для этой цели можно использовать различные статистические процедуры, направленные на проверку основных предпосылок использования регрессионного анализа (случайного характера остатков модели, равенства нулю их математического ожидания и гомоскедастичности дисперсии, отсутствия автокорреляции остатков, подчинения остатков нормальному закону распределения).

*Прогнозирование.* После выбора модели строится прогноз на один или несколько шагов по времени и оценивается доверительный интервал прогнозных значений. При получении новых данных об уровнях временного ряда полученная ARMA модель может быть использована для составления нового прогноза с измененным началом отсчета времени. Однако при изменении характера поведения данных следует сделать переоценку параметров модели или даже осуществить поиск новой ее спецификации.

В работе, представленной данным докладом, рассматриваются финансовые временные ряды фондового рынка. В соответствии с изложенным выше алгоритмом исследуется возможность сведения изучаемых рядов к стационарным рядам и построения эконометрических моделей, позволяющих строить достоверные прогнозы вне пределов имеющейся выборки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Магнус Я. Р., Катыйшев П. К., Пересецкий А. А.* Эконометрика. Начальный курс. М.: Дело, 2007, 503 с.