Н. А. Б а р а н о в (Москва, ВЦ РАН). **Численное решение уравнений типа Колмогорова–Феллера методом прямых.**

Рассматривается уравнение вида $\partial p(s,t)/\partial t = \int_0^1 p(z,t)W(z,s,t)\,dz - p(s,t)\,G(s,t)$ с начальным условием $p(s,0)=p_0(s)$, где $W(z,s,t)\geqslant 0$, $G(s,t)\geqslant 0$.

Уравнения такого типа возникают в теории непрерывных марковских процессов с непрерывным множеством состояний. Ядро интегрального слагаемого в правой части уравнения удовлетворяет условию $\int_0^1 W(z,s,t)\,dz = G(s,t)$. При этом условии решение ИДУ удовлетворяет нормировочному условию вида $\int_0^1 p(s,t)\,ds = \int_0^1 p(s,0)\,ds$.

Для численного решения ИДУ вводится система узлов: $s_0=0$, $s_j=(j-1/2)h$, $j=1,2,\dots,N$, $S_{N+1}=1$. Для точек s_j, $j=1,2,\dots,N$, имеем $\partial p(s_j,t)/\partial t = \int_0^1 p(z,t)W(z,s_j,t)\,dz - p(s_j,t)G(s_j,t)$. Обозначая $p_j(t)=p(s_j,t)$, $G_j(t)=G(s_j,t)$, представим это уравнение в виде

$$\frac{dp_j(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \int_{s_i-h/2}^{s_i+h/2} p(z,t)W(z,s_j,t)\,dz - p_j(t)G_j(t).$$

Пользуясь теоремой о среднем, запишем приближенные значения интегральных членов в правой части:

$$\int_{s_i-h/2}^{s_i+h/2} p(z,t)W(z,s_j,t)\,dz \approx p(s_i,t)\int_{s_i-h/2}^{s_i+h/2} (z,s_j,t)\,dz \equiv \overline{W}_{ij}(t).$$

Поэтому $dp_j(t)/dt = \sum_{i=1}^{N} p_i(t)]olW_{ij}(t) = p_j(t)G_j(t)$.

Численно коэффициенты $\overline{W}_{ij}(t)$ могут быть вычислены с использованием квадратурных формул. В частности, используя формулу Симпсона, получаем $\overline{W}_{ij}(t) = (W_i(s_i-h/2,s_j,t)+W_i(s_i+h/2,s_j,t))h/2$.

Работа выполняется при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-07-00381) и программы фундаментальных исследований ОМН РАН № 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баранов Н. А.*, *Турчак Л. И.* Численное решение уравнения Колмогорова–Феллера. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2007, т. 47, № 7, с. 1221–1228.
2. *Баранов Н. А.*, *Турчак Л. И.* Численное решение уравнения Колмогорова–Феллера с сингулярными особенностями. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2010, т. 50, № 2, с. 347–351.