Я. Е. Ромм, Г. А. Джанунц (Таганрог, ТГПИ). **Компьютерный метод разностно-полиномиального решения задачи Коши для уравнений в частных производных.**

Для моделирования природных объектов и процессов с помощью задачи Коши для дифференциальных уравнений (ДУ) в частных производных требуются численные методы решения этой задачи, обладающие высокой точностью и одновременно минимальной временной сложностью. С этой целью в работе, представленной данным докладом, предложен компьютерный метод приближенного решения задачи Коши для ДУ в частных производных на основе кусочно-полиномиальной интерполяции разностных приближений.

Пусть в области G $\{\alpha \leqslant x \leqslant \beta,\ 0 \leqslant t \leqslant \gamma\}$ из $\mathbf{R}^2$ для уравнения

$$a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - b\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c\frac{\partial u}{\partial x} + d\frac{\partial u}{\partial t} + gu = f, \tag{1}$$

где a, b, c, d, g, f — заданные функции переменных x и t, $ab > 0$, требуется найти приближенное решение $u(x,t)$, удовлетворяющее условиям

$$u|_{t=0} = \varphi_1(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = \varphi_2(t), \quad u|_{x=\alpha} = \varphi_3(t), \quad u|_{x=\beta} = \varphi_4(t), \tag{2}$$

где φ_l $(l = 1,2,3,4)$ — заданные функции. Выполняется разбиение области G на прямоугольники: $G = \cup_{t=1}^{R_x R_t} G_\tau$, $R_x = \lceil(\beta-\alpha)/(h_x n)\rceil$, $R_t = \lceil\gamma/(h_t n)\rceil$, n — степень конструируемого интерполяционного полинома, h_x, h_t — шаги разностного метода. В каждом прямоугольнике $G_\tau = \{(x,t)\,|\,x \in [x_i, x_{i+1}],\ t \in [t_j, t_{j+1}]\}$, $i = 0,1,\ldots,R_x-1$, $j = 0,1,\ldots,R_t-1$, по разностным значениям $u(x_{il}, t_{jm})$ в узлах $x_{il} = x_l + lh_x$, $t_{jm} = t_j + mh_t$, $l = 0,1,\ldots,n$, $m = 0,1,\ldots,n-l$, строится интерполяционный полином Ньютона, приближающий решение на G_τ:

$$P_{\tau n} = u(x_{i0}, t_{j0}) + \sum_{m=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} \frac{\Delta^m u_{x^k l^{m-k}}(x_0, t_0)}{k!\,h_x^k (m-k)!\,h_l^{m-k}} \prod_{l=0}^{k}(x - x_l) \prod_{s=0}^{m-k}(t - t_s).$$

Коэффициенты полинома восстанавливаются по его корням с использованием алгоритма, отличного от формул Виета, в результате $P_{\tau n}(x,t) = \sum_{k=0}^{n}\sum_{s=0}^{n-k} a_{\tau ks} z^k w^s$, где $z = (x - x_{i0})/h_x$, $w = (t - t_{j0})/h_t$. Частные производные решения аппроксимируются с помощью табличных частных производных полинома $P_{\tau n}(x,t)$ в приведенной форме. На основе полученных полиномиальных приближений и уравнения (1) строится интерполяционный полином $(n-2)$-й степени для приближения $u_{tt}(x,t)$, повторный интеграл от которого, как правило, точнее исходного приближения решения. Значения приближений «склеиваются» по условиям (2) на границах соседних прямоугольников. Дополнительное повышение точности достигается рекуррентным повторением решения задачи на подобласти, при этом выполняется программная минимизация степени интерполяционного полинома и оптимизация шага разностного метода. В результате разностно-полиномиальное приближенное на всей области непрерывно, непрерывно дифференцируемо, отличается высокой точностью приближения и малой временной сложностью.