А. И. Седов, С. С. Михеева (Магнитогорск, МГУ). **Разложение первых собственных функций дискретного оператора с ограниченным возмущением.**

В теории возмущений хорошо известны формулы для собственных функций возмущенного оператора. При этом на возмущение накладывается ограничение малости возмущения. В работе, представленной данным докладом, получены формулы для ограниченного возмущения.

Пусть T — положительный линейный самосопряженный оператор, действующий в сепарабельном гильбертовом пространстве H с компактной резольвентой и простым спектром $\sigma(T) = \{\lambda_n\}$. Занумеруем собственные числа $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ в порядке возрастания и обозначим $\{v_n\}_{n=1}^{\infty}$ ортонормированные в H соответствующие собственные функции. Пусть ряд $\sum_n \lambda_n^{-1}$ сходится.

Пусть P — ограниченный оператор, действующий в H. Тогда найдется такое N, что при $n > N$ выполняется неравенство $\|P\| < d_n/2$, где $d_n = (\lambda_{n+1} - \lambda_n)/2$. Обозначим μ_n собственные числа оператора $T + P$, занумерованные в порядке возрастания действительных частей, с учетом алгебраической кратности, а u_n —- соответствующие им ортонормированные в H собственные функции. Предположим, что матрица Вандермонда $(\mu_k^m)_{k=1,2,\ldots,N,\, m=0,1,\ldots,N-1}$ обратима. Обозначим w_{km} элементы обратной матрицы. Тогда для первых собственных функций имеет место разложение

$$c_{nk}u_k = \sum_{m=0}^{N-1} w_{km}\biggl(\lambda_n^m v_n + m\lambda_n^{m-1}(Pv_n, v_n)v_n \\ \sum_{k\leqslant N, k\neq n} \frac{\lambda_n^m - \lambda_k^m}{\lambda_n - \lambda_k}(Pv_n, v_k)v_k + \sum_{k>N} \frac{\lambda_n^m}{\lambda_n - \lambda_k}(Pv_n, v_k)v_k + R_2^m\biggr),$$

где коэффициенты находятся по формуле

$$c_{nk}^2 = \sum_{m=0}^{N-1} w_{km}\Bigl(\lambda_n^m + m\lambda_n^{m-1}(Pv_n, v_n) + (R_2^m, v_n)\Bigr),$$

а функция R_2 имеет оценку

$$\|R_2^m\|_H \leqslant \frac{(\lambda_N + r)^{m+1}}{\lambda_N + r - \lambda_n} \frac{\|P\|^2}{r(r - \|P\|)}, \quad r = r_N.$$