А. С. Андреев, **А. О. Артемова**, **Р. С. Габунов** (Ульяновск, УлГУ). **О математическом моделировании релейных управлений.**

Исследуется задача о построении релейных управлений для стабилизации нестационарного движения нелинейной управляемой системы.

Рассматривается управляемая система, движение которой описывается векторным уравнением

$$\dot{x} = f(t, x, u), \tag{1}$$

где $x \in \mathbf{R}^n$ — $n-$мерный вектор фазовых координат, $u \in \mathbf{R}^m$ — m-мерный вектор управления, функция f ограничена и непрерывна в некоторой области $\mathbf{R}^+ \times D \times \mathbf{R}^m$, $D = \{x \in \mathbf{R}^n\colon\ \|x\| < H,\ 0 < H \leqslant \infty\}$ ($\|x\|$ — норма в $\mathbf{R}^n$).

Без ограничения общности положим, что заданному программному движению соответствует положение $x = 0$ с соответственным управлением $u = 0$, так что $f(t, 0, 0) = 0$.

Исследуем задачу синтеза управления, состоящую в определении управления $u = u(t, x)$, $u(t, 0) = 0$, обеспечивающего стабилизацию $x = 0$ до равномерной асимптотической устойчивости, в классе релейных управлений, разрывных на поверхности D_0

$$\Psi(t, x) = 0, \quad \Psi(t, 0) = 0, \tag{2}$$

$\Psi = (\psi_1(t, x), \psi_2(t, x), \ldots, \psi_l(t, x))'$, $()'$ – операция траспонирования, $\psi_k(t, x)$ ($k = 1, 2, \ldots, l$) — такие ограниченные равномерно непрерывные на каждом множестве $\mathbf{R}^+ \times K$, $K \subset D$ — компакт, функции, что $\operatorname{mes} D_0 = 0$.

Представим область D виде $D = D_1 \cup D_2 \cup \cdots \cup D_p \cup D_0 \cup \partial D$, получаемом разбиением поверхностью (2). Положим, что искомое управление $u = u^0(t, x)$ таково, что:

1) функция $f = f^0(t, x)$, $f^0(t, x) = f(t, x, u^0(t, x))$, удовлетворяет условию Липшица по x равномерно по $t \in \mathbf{R}^+$ в каждой области D_μ, $\mu = 1, 2, \ldots, p$;

2) для соответствующего дифференциального включения

$$\dot{x} \in F^0(t, x), \tag{3}$$

$F^0(t, x) = f^0(t, x)$ для $(t, x) \in \mathbf{R}^+ \times (D_1 \cup D_2 \cup \cdots \cup D_p)$, $F^0(t, x)$ доопределяется согласно [1], имеет место свойство единственности решения $x = 0$.

Доказано, что имеет место следующее утверждение.

Теорема. *Допустим, что можно найти такие управление $u^0(t, x)$ и функцию Ляпунова $V = V(t, x)$, что в области $\mathbf{R}^+ \times D$:*

1) $h_1(\|\Psi(t, x)\|) \leqslant V(t, x) \leqslant h_2(\|\Psi(t, x)\|)$, $\dot{V} \leqslant -h_3(\|\Psi(t, x)\|)$;

2) *положение $x = 0$ равномерно асимптотически устойчиво для* (3) *относительно множества* $\{\Psi(t, x) = 0\}$.

Тогда $u = u(t, x)$ решает поставленную задачу. (*Здесь h_k — функция типа Хана* [2], $k = 1, 2, 3$.)

Рассмотрена управляемая система, линейная по u,

$$\dot{x} = f(t, x) + G(t, x)u, \quad f(t, 0) = 0, \quad G \in \mathbf{R}^{n \times m}.$$

Определяются условия, при которых задача о стабилизации заданного состояния $x = 0$ решается уравнением вида $u = B(t, x) \operatorname{sgn}(\Psi(t, x))$, $B \in \mathbf{R}^{m \times l}$, посредством применения функции Ляпунова вида $V(t, x) = \Psi'(t, x) C(t, x) \Psi(t, x)$, $C' = C \in \mathbf{R}^{l \times l}$.

Полученные результаты дополняют и развивают резуультаты работ [1, 3–5].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта президента РФ (проект МД-7549.2010.1), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 гг.» (НК-408П, П/2230), АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (2.1.1/11180) и РФФИ (проект № 11-01-00541а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Филиппов А. Ф.* Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М: Наука, 1985, 224 с.
2. *Руш Н.*, *Абетс П.*, *Лалуа М.* Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости. М.: Мир, 1980, 300 с.
3. *Барбашин Е. А.*, *Алимов Ю. И.* К теории релейных дифференциальных уравнений. — Известия ВУЗов. Математика, 1962, № 1, с. 3–13.
4. *Алимов Ю. И.* О применении прямого метода Ляпунова к дифференциальным уравнениям с неоднозначными правыми частями. — Автоматика и телемеханика, 1961, № 7, с. 817–830.
5. *Уткин В. И.* Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981, 368 с.