А. И. Седов (Магнитогорск, МГУ). **Приближенное решение обратной задачи спектрального анализа для возмущенной степени оператора Лапласа.**

Пусть Π — прямоугольник со сторонами a и b, a^2/b^2 — иррациональное число. Рассмотрим оператор T_0, действующий в $L_2(\Pi)$, порожденный краевой задачей Дирихле: $-\Delta v = \lambda v$, $v|_{\partial\Pi} = 0$, где Δ — оператор Лапласа. Введем оператор $T = \int_0^\infty \lambda^\beta \, dE(\lambda)$, где $E(\lambda)$ — спектральное разложение единицы оператора T_0, $\beta > 3/2$, $\lambda^\beta > 0$ при $\lambda > 0$. Поскольку a^2/b^2 иррационально, спектр $\sigma(T)$ оператора T однократный. Занумеруем упорядоченные по возрастанию собственные числа $\lambda_{kl} = (\pi^2k^2/a^2 + \pi^2l^2/b^2)^\beta$ одним индексом.

Рассматривается следующая задача: найти такой оператор P — оператор умножения на функцию p, чтобы спектр оператора $T+P$ совпадал с заданной последовательностью $\{\xi_n\}$, мало отличающейся от последовательности $\{\lambda_n\}$.

Был предложен алгоритм нахождения такой функции и написана программа, реализующая этот алгоритм.

Приведем пример вычисления приближенной функции p для случая, когда стороны прямоугольника $a = \sqrt[4]{2}$ и $b = 1$, степень $\beta = 2$. Положим $m = 9$. Тогда будем иметь $\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_9, \ldots\} = \{28,76,\ 144,66,\ 218,68,\ 460,19,\ 535,21,\ 929,99,\ 1060,11,\ 1380,87,\ 2329,73, \ldots\}$. В качестве возмущенной возьмем последовательность $\{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_9\} = \{-14,70,\ 118,56,\ 189,90,\ 449,10,\ 511,75,\ 903,62,\ 1051,98,\ 1372,41,\ 2324,44\}$. Результатом реализации алгоритма является функция

$$\begin{aligned} p(x,y) = &-177,59\cos(5,28x)\cos(6,28y) - 105,16\cos(10,56x)\cos(6,28y) \\ &-116,70\cos(5,28x)\cos(12,57y) - 44,36\cos(10,57x)\cos(12,57y) \\ &-91,65\cos(15,85x)\cos(6,28y) - 105,39\cos(5,28x)\cos(18,85y) \\ &-30,93\cos(15,85x)\cos(12,57y) - 33,09\cos(10,57x)\cos(18,85y) \\ &-19,70\cos(15,85x)\cos(18,85y). \end{aligned}$$

Обозначим $\{\mu_n\}$ спектр $T+P$, где P — оператор умножения на построенную функцию p. Тогда $\sum_{n=1}^{9}(\mu_n - \xi_n) \leqslant 0,000075$.